CHAPITRE IV

EXEMPLES

Les exemples ont été calculés sur un petit calculateur de poche, avec une précision allant jusqu'à 10 chiffres. On n'attachera pas d'importance à la dernière décimale publiée qui peut dépendre du déroulement des opérations. Les décimales de calcul sont quelquefois surabondantes par rapport à la précision physique recherchée. Elles ne sont conservées ici que dans le but de faciliter les contrôles.

Exemple 1.

Calculer le temps sidéral de Greenwich le 16 avril 1979 à $15^h57^m32^s$.
On utilise les coefficients de la page 3 valables du 0 avril 0^h au 18 avril 0^h.
Ici, $t_0 = 0$ et DT = 18

$$15^h57^m32^s = 0{,}664953704 \text{ jour,}$$

d'où

$$t = 16{,}664953704 \text{ jours.}$$

Donc,

$$x = -1 + \frac{2(t - t_0)}{\mathrm{DT}} = 0{,}851661522; \qquad T_0 = 1$$

et,

$$\begin{aligned}
T_1 &= x &&= 0{,}851661522\\
T_2 &= 2xT_1 - T_0 &&= 0{,}450654696\\
T_3 &= 2xT_2 - T_1 &&= -0{,}084050993\\
T_4 &= 2xT_3 - T_2 &&= -0{,}593820690\\
T_5 &= 2xT_4 - T_3 &&= -0{,}927417472\\
T_6 &= 2xT_5 - T_4 &&= -0{,}985870861\\
T_7 &= 2xT_6 - T_5 &&= -0{,}751839084\\
T_8 &= 2xT_7 - T_6 &&= -0{,}294753976
\end{aligned}$$

On peut aussi calculer l'angle θ, $0^\circ \leqslant \theta \leqslant 180^\circ$ tel que :

$$x = \cos\theta, \qquad \text{d'où} \qquad \theta = 31^\circ{,}60715185.$$

On a alors,

$$T_1 = \cos\theta = x, \qquad T_2 = \cos 2\theta = 0{,}450654696 \quad \text{etc...}$$

Compte tenu des coefficients du tableau de la page 3, on a alors,

$$\begin{aligned}
\text{TEMPS SIDÉRAL} &= 13{,}10963007 + 216{,}59137990\,T_1 - 0{,}00000098\,T_2\\
&\quad + 0{,}00000202\,T_3 + 0{,}00000102\,T_4 - 0{,}00000042\,T_5\\
&\quad - 0{,}00000015\,T_6 + 0{,}000\,T_7 + 0{,}00000001\,T_8\\
&= 197{,}5721737 \text{ heures.}
\end{aligned}$$

On se ramène entre 0 et 24 heures, et l'on obtient :

$$5^h{,}5721737 = 5^h34^m19^s{,}83.$$

Exemple 2.

Calculer l'ascension droite de la Lune le 17 mars 1979 à 0^h.
On utilise les coefficients de la page 17 valables du 17 mars 0^h au 21 mars 0^h. Nous sommes ici au début de

l'intervalle et la valeur demandée est publiée, en italique, en tête de la liste des coefficients. L'ascension droite est donc égale à $14^h,01919810 = 14^h01^m09^s,11$.

On peut retrouver cette valeur en appliquant la formule (I, 7) ; l'ascension droite est :

$$\begin{aligned}&15{,}75504470 - 1{,}77082283 + 0{,}03561808 - 0{,}00029832\\&- 0{,}00036546 + 0{,}00002052 + 0{,}00000176 - 0{,}00000035\\&= 14{,}01919810.\end{aligned}$$

Exemple 3.

Calculer la coordonnée différentielle $X = \Delta\alpha \cos\delta$ de Ganymède le 13 janvier 1979 à 12^h.

Ganymède est le satellite 3 de Jupiter. On utilise les coefficients de la page 80 valables du 12 janvier à 0^h au 16 janvier à 0^h.

Ici, $t_0 = 12$, DT = 4, $t = 13{,}5$,

$$x = -1 + \frac{2(t - t_0)}{\mathrm{DT}} = -0{,}25.$$

Calculons θ, $0° \leqslant \theta \leqslant 180°$, tel que $x = \cos\theta$, on trouve $\theta = 104°{,}4775121$ et,

$$\begin{array}{lll}T_0 = 1 & T_1 = x = -0{,}25 & T_2 = \cos 2\theta = -0{,}875\\ T_3 = \cos 3\theta = 0{,}6875 & T_4 = \cos 4\theta = 0{,}531250 & T_5 = \cos 5\theta = -0{,}953125\\ T_6 = \cos 6\theta = -0{,}0546875 & T_7 = \cos 7\theta = 0{,}98046875. & \end{array}$$

Puis,

$$\begin{aligned}X &= -28744 + 371\,534\,T_1 + 47\,122\,T_2 - 59460\,T_3\\&\quad - 3\,431\,T_4 + 2\,418\,T_5 + 90\,T_6 - 41\,T_7,\\X &= -207910{,}496 \text{ millièmes de seconde de degré.}\end{aligned}$$

Donc, $X = -207'',910 = -3'27'',910.$

Exemple 4.

Trouver la date, en novembre 1979, pour laquelle la distance Uranus-Terre est égale à 19,70 unités astronomiques.

On applique la méthode décrite au paragraphe (A, 6) du chapitre I.

On recherche le tableau pour lequel les coefficients vérifient l'inégalité (I, 10), c'est-à-dire :

$$a_0 - (|a_1| + |a_2| + \cdots) < 19{,}70 < a_0 + (|a_1| + |a_2| + \cdots).$$

Cette inégalité est réalisée pour les coefficients valables du 0 novembre 0^h au 3 décembre 0^h. On a, ici, $|a_2| > |a_1|$ on utilise donc la formule (I, 14) :

$$x_0 = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 8a_2(a_0 - a_2 - Y)}}{4a_2}$$

avec,

$$Y = 19{,}70 \qquad a_0 = 19{,}6877703 \qquad a_1 = -0{,}0110817$$
$$a_2 = -0{,}0189647$$

On trouve deux valeurs de x_0 comprises entre -1 et $+1$

$$x_0 = 0{,}299906726 \qquad x'_0 = -0{,}592073225.$$

Partons de la première valeur x_0, on trouve :

$$y(x_0) = 19{,}70002451.$$

On applique ensuite les formules (I, 15) et l'on obtient :

$$x_1 = x_0 + \frac{Y - y(x_0)}{a_1 + 4a_2x_0} = 0{,}300631182 \quad \text{d'où,} \quad y(x_1) = 19{,}69999987;$$
$$x_2 = x_1 + \frac{Y - y(x_1)}{a_1 + 4a_2x_1} = 0{,}300627346 \quad \text{d'où,} \quad y(x_2) = 19{,}70000000;$$
$$x_3 = x_2 + \frac{Y - y(x_2)}{a_1 + 4a_2x_2} = x_2;$$

t est alors donné par la formule (I, 9) :

$$t = \frac{1}{2}(x_2 + 1)\,\mathrm{DT} = 21{,}46035121,$$

ce qui correspond au 21 novembre à $11^h02^m54^s$.

Partons de la deuxième valeur x'_0, on trouve :

$$y(x'_0) = 19{,}69995719.$$

Puis,

$$x'_1 = -0{,}590807865 \quad \text{d'où} \quad y(x'_1) = 19{,}70000005;$$
$$x'_2 = -0{,}590809347 \quad \text{d'où} \quad y(x'_2) = 19{,}70000000;$$
$$x'_3 = x'_2 \quad \text{d'où} \quad t = \frac{1}{2}(x'_2 + 1)\,\mathrm{DT} = 6{,}751645775;$$

ce qui correspond au 6 novembre à $18^h02^m22^s$.

Exemple 5.

Calculer les coordonnées moyennes de la Polaire pour 2100,0 sachant que ses coordonnées moyennes pour 1900,0 sont :

$$\alpha_0 = 1^h23^m0^s{,}47 \quad \text{et} \quad \delta_0 = +88°46'27'',27.$$

On applique la méthode décrite au paragraphe (A, 1) du chapitre III.

Il faut d'abord calculer par le formulaire (II, 2) les quantités ζ_A, θ_A, z_A qui figurent dans les formules (III, 1). On a ici, $\tau_0 = 1\,900{,}0$ d'où $T = 0$ et $t = 2$ siècles. On trouve :

$$\zeta_A = 1°{,}280516444,$$
$$\theta_A = 1°{,}113146889,$$
$$z_A = 1°{,}281397934.$$

On en déduit, en appliquant les formules (III, 1) :

$$\cos\delta \sin(\alpha - z_A) = 0{,}008024783,$$
$$\cos\delta \cos(\alpha - z_A) = 0{,}000403515,$$
$$\sin\delta = 0{,}999967720.$$

D'où

$$\alpha = 5^h53^m36^s{,}67,$$
$$\delta = 89°32'22'',67.$$

Exemple 6.

Calculer l'inclinaison i et la longitude du nœud ascendant Ω du plan des anneaux de Saturne par rapport à l'écliptique et à l'équinoxe moyen du 7 mai 1979 à 0^h, sachant que par rapport à l'écliptique et à l'équinoxe moyen de 1889,25 ces éléments étaient égaux à :

$$i_0 = 28°04',55 = 28°{,}07583333$$
$$\Omega_0 = 167°58',08 = 167°{,}96800000.$$

On applique la méthode décrite au paragraphe (A, 2) du chapitre III.

Le formulaire (II, 2) permet de calculer les quantités π_A, Π_A et p_A contenues dans les formules (III, 3).

Le calcul des arguments T et t se fait ainsi : de 1889,25 à 1900,0 il y a 10,75 années tropiques qui, exprimées en siècles juliens à partir de 1900,0, donnent : $T = -0{,}1075$. La fraction d'année tropique pour le 7 mai 1979 à 0^h s'obtient par la formule (I, 27) avec $j = 127$ jours, soit :

$$T = -0{,}002591827 + 127/365{,}2421916 = 0{,}345122657;$$

de 1889,25 au 7 mai 1979 il y a donc 10,75 + 79 + 0,345122657 soit, 90,0951227 années tropiques.

En siècles juliens $t = 0{,}900951227$, en appliquant les formules (II, 2) on trouve alors,

$$\pi_A = 0°{,}011783413,$$
$$\Pi_A = 173°{,}6351265,$$
$$p_A = 1°{,}257929001.$$