

La mécanique céleste, la gravitation et la relativité

Introduction

Les lois de Képler ne sont qu'une description empirique cinématique de ce que l'on observe. En fait, le mouvement des astres est régi par des principes plus fondamentaux qui vont permettre d'expliquer de nombreux phénomènes: ce sont les principes de la mécanique céleste.

Le principe fondamental de la dynamique

Le principe fondamental de la dynamique est un outil développé dans le cadre de la mécanique classique, qui permet de faire le lien entre les forces appliquées à un corps et l'évolution cinématique de ce corps. Appliqué à un solide de masse m dont le mouvement est défini dans un référentiel dit galiléen, le principe s'énonce :

$$F = m \gamma = m \, dv / dt = m \, d^2x / dt^2$$

F représente l'ensemble des forces appliquées à l'objet, et γ son accélération.

Le principe fondamental de la mécanique

Appliquée à un point matériel (un solide de dimension négligeable devant les distances mises en jeu) ou à un ensemble de points matériels, cette loi peut se réécrire de diverses manières, toutes équivalentes :

- le théorème du mouvement du centre de masse (ou barycentre) : "le barycentre d'un système matériel se meut comme si toute la masse du système y était transportée, les forces extérieures au système agissant toutes sur ce barycentre"
- le théorème du moment cinétique appliqué à un point matériel : "la dérivée par rapport au temps du moment cinétique en un point d'un système matériel est, à chaque instant, égale au moment résultant des forces extérieures par rapport à ce même point"
- le théorème de l'énergie cinétique (autrefois appelé théorème des forces vives) : "la variation de l'énergie cinétique d'un système matériel pendant un intervalle de temps donné est égal à la somme des travaux des forces intérieures et extérieures appliquées à ce système pendant cet intervalle de temps".

Notons que du théorème du moment cinétique découle directement la deuxième loi de Kepler (lois des aires), résultant du seul fait que l'interaction gravitationnelle est une force "centrale".

Histoire : les débuts de la mécanique

On doit ces principes à Galilée et Huygens, mais ils ont été affinés par la suite par Clairaut, Descartes, Euler et D'Alembert.

Galilée (1564-1642) était d'abord un physicien et il étudia la mécanique et la dynamique des corps en mouvement. Il démontra l'invariance de l'accélération dans le champ de pesanteur terrestre à la surface du globe et établit la loi de l'inertie : « tout corps non soumis à une force extérieure est animé d'un mouvement rectiligne uniforme ». Il se trouve dans un référentiel que l'on nomme aujourd'hui "galiléen").

Christian Huygens (1629-1695), hollandais, développa une théorie ondulatoire de la lumière. En 1673, il publia la loi sur l'accélération centrifuge des corps en mouvement circulaire. Il séjourna quinze ans en France sur l'invitation de Colbert.

René Descartes (1596-1650) apporta alors une vision complètement nouvelle de l'univers. L'univers évolue seul : il n'est point besoin d'un dieu intervenant à tout moment. Descartes étudia l'optique et fit une théorie de la réflexion et de la réfraction. Il introduisit les concepts mathématiques en physique, en particulier un système de coordonnées aujourd'hui dites cartésiennes facilitant les calculs.

Alexis Clairaut (1713-1765) fut l'un des membres de l'expédition en Laponie. Il s'attaqua à des problèmes de mécanique céleste comme celui des 3 corps appliqué au système Terre-Lune perturbé par le Soleil. Il appliqua la théorie de la gravitation universelle aux comètes, en particulier aux perturbations de Jupiter et Saturne sur la trajectoire de la comète de Halley.

Leonhard Euler (1707-1783), mathématicien suisse, étudia les perturbations mutuelles de Jupiter et de Saturne ainsi que les orbites paraboliques des comètes. On lui doit la définition des "angles d'Euler" permettant la détermination de la position d'un solide en mouvement dans un trièdre trirectangle.

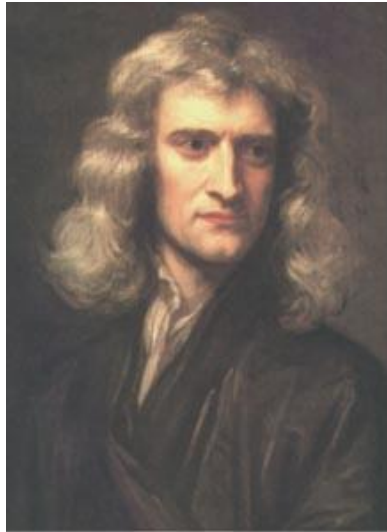
Jean-Baptiste Le Rond d'Alembert (1717-1783) publia un traité de dynamique contenant le théorème sur les forces d'inertie connu aujourd'hui sous le nom de théorème de d'Alembert. Il établit également les équations du mouvement de la Terre autour de son axe et réalisa la première théorie mathématique de la précession.

La gravitation universelle

Le caractère universel de la gravitation a été mis en évidence par Newton dans son œuvre "Principes mathématiques de philosophie naturelle". Newton a été le premier à comprendre que la pomme qui tombe d'un arbre et la Lune qui tourne autour de la Terre obéissent à une même loi et que leurs mouvements sont en fait de même nature.

La loi de la gravitation universelle s'énonce ainsi : "deux points matériels de masse m et m' exercent l'un sur l'autre une force attractive directement proportionnelle aux masses et inversement proportionnelle au carré de la distance r les séparant". Le module F de cette force vaut :

$F = G \frac{m m'}{r^2}$ où G est la constante gravitationnelle.
Cette loi suppose la transmission instantanée des forces dans l'espace.



Newton (1642-1727) Laplace (1749-1827)

La mécanique céleste

La mécanique céleste est alors l'application de la mécanique newtonienne et des principes fondamentaux de la mécanique aux corps du système solaire. C'est Laplace qui a mis en place les fondements de la mécanique céleste qui va (presque) tout expliquer :

- le mouvement des planètes et de leurs satellites
- la précession et la nutation
- les marées
- l'aplatissement des planètes

En première approximation, la mécanique newtonienne explique donc parfaitement les mouvements dans le système solaire. Mais avant d'aborder un cas aussi complexe, on s'intéresse d'abord au problème restreint à 2 corps.

Le problème à deux corps

Le problème à 2 corps s'intéresse à 2 solides, assimilés à leur centre de masse, seuls à interagir. Ce problème est soluble analytiquement, relativement simplement, en travaillant dans le référentiel du centre de masse du système ; le reste de l'Univers étant oublié, le centre de masse est isolé et fournit un bon référentiel galiléen pour l'étude du mouvement.

- Tout d'abord, on peut montrer que le mouvement des 2 corps l'un autour de l'autre est plan. Ceci résulte du fait que le moment cinétique du système est constant, car l'interaction est centrale, toujours dirigée vers le barycentre du système.
- Ensuite, l'interaction gravitationnelle se traduisant par un "champ de force", il en découle que l'énergie du système est également constante.

- Enfin, le module de la force évoluant comme l'inverse du carré de la distance entre les 2 corps, un autre invariant apparaît. Cet invariant se traduit par le vecteur excentricité, et la trajectoire relative d'un corps par rapport à l'autre s'apparente à un cercle, une ellipse, une parabole ou une hyperbole. Cette trajectoire, dans le plan du mouvement, est définie par son demi-grand axe, de mesure a , et l'excentricité e (voir ci-après les paramètres de l'ellipse).

C'est dans le cadre de plusieurs problèmes à deux corps (pour chaque couple planète-Soleil) que s'appliquent les lois de Kepler.

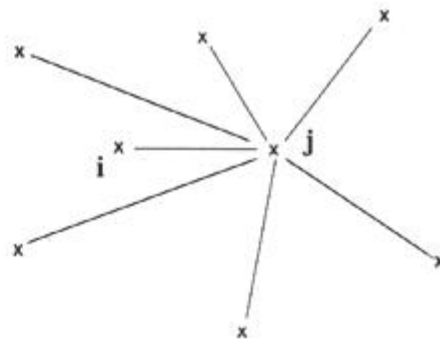
Les mouvements dans le système solaire

Dans le système solaire on trouve plus de deux corps et pour obtenir les mouvements des planètes avec une très bonne précision, il faut envisager un problème de N corps s'attirant mutuellement. Mais si on regarde d'un peu plus près, on se rend compte qu'on a en présence un très gros corps, le Soleil, mille fois plus massif que la plus grosse des planètes, Jupiter, entouré de petits corps tournant autour de lui. Chaque couple Soleil-planète est un problème à deux corps. On peut considérer en première approximation la masse m de la planète comme négligeable devant celle du Soleil (notée M) et la force subie par la planète est alors :

$$F = -G Mm / r^2$$

Le coefficient GM , produit de la constante gravitationnelle et de la masse du soleil, est alors le même pour toutes les planètes, ce que Képler (1571-1630) avait remarqué sans le démontrer.

$$\mathbf{F}_j = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^N \frac{k m_i m_j \mathbf{P}_i \mathbf{P}_j}{|\mathbf{P}_i \mathbf{P}_j|^3}$$

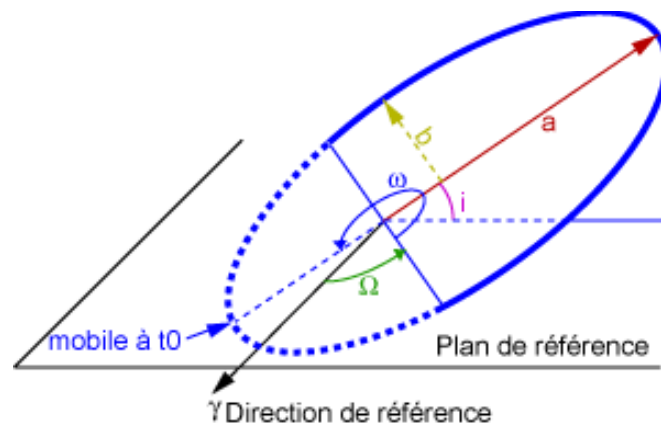


Le principe du problème des N corps de masse m_i : chacun des N corps de masse m_i exerce sur le corps repéré par j une force proportionnelle au produit de leurs masses, et inversement proportionnelle au carré de leur distance.

Dans le cas des N corps du système solaire, on considérera que l'on a toujours des mouvements de deux corps deux à deux avec une perturbation par les autres corps entraînant une variation des paramètres de l'orbite elliptique du petit corps tournant autour du plus gros. C'est Lagrange (1736-1813) qui introduisit les équations décrivant ces mouvements perturbés. Le principe en est le suivant : chaque mouvement elliptique est décrit par les six paramètres de l'ellipse :

- le demi-grand axe a

- l'excentricité e (telle que $e^2=(a^2-b^2)/a^2$ où b est le demi-petit axe)
- l'inclinaison i sur un plan de référence (équateur ou écliptique)
- la longitude du noeud ascendant sur le plan de référence (point où le mobile passe au dessus du plan de référence)
- la longitude du périastre (point de la trajectoire le plus proche du corps central) comptée à partir du noeud ascendant ou d'une direction fixe (équinoxe)
- l'instant de passage du corps au périastre t_0 ou l'anomalie moyenne $M=n(t-t_0)$ où $n=2\pi/T$ avec T période de révolution définie par la 3ème loi de Kepler (qui dit que $n^2 a^3$ est une constante connue).

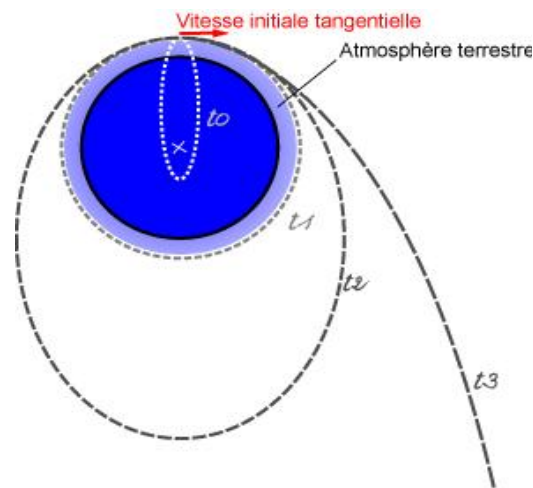


Dans le système solaire, chaque planète aura une trajectoire elliptique dont les six paramètres vont varier en fonction du temps. La trajectoire de la planète sera une ellipse qui se déformera au cours du temps. A un instant donné, on définira l'ellipse instantanée comme ellipse osculatrice.

La vitesse de libération

Lorsque l'on veut quitter un corps céleste -la Terre par exemple- et échapper à son attraction, il faut vaincre les forces de gravitation et surtout éviter de retomber sur le sol. Deux cas se présentent:

- éviter de retomber sur le sol mais rester en orbite autour de la Terre trajectoire fermée
- quitter l'attraction terrestre en s'éloignant indéfiniment (trajectoire hyperbolique)



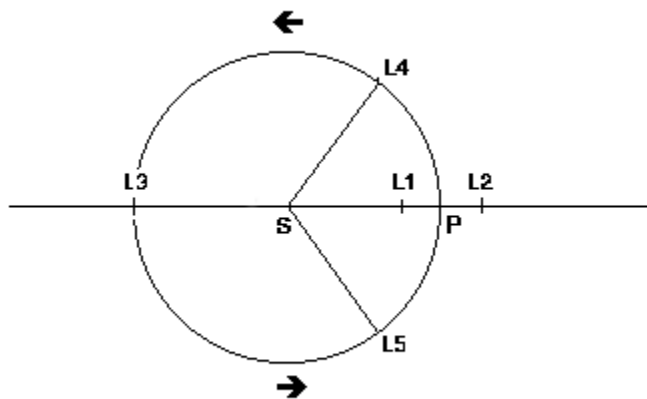
En première approximation, la trajectoire d'une pierre lancée depuis le sol est une parabole si on suppose la Terre plate et le centre d'attraction à l'infini. En réalité, la trajectoire est une ellipse dont le centre de la Terre est le foyer. Il faut circulariser l'orbite pour éviter que la trajectoire heurte la surface terrestre. Notons que l'altitude minimum pour satelliser un objet est de 300 km pour éviter le freinage par l'atmosphère terrestre.

- $v > 7,4$ km/s: la trajectoire est circulaire et ne heurte plus la Terre (trajectoire T1)
- $v < 7,4$ km/s: la vitesse est insuffisante et l'objet retombe sur Terre (trajectoire T0)
- $7,4$ km/s $< v < 11,2$ km/s: la trajectoire est une ellipse dont le périhélie correspond au point de lancement (trajectoire T2 fermée)
- $v > 11,2$ km/s: la trajectoire n'est plus fermée; le mobile va s'éloigner à l'infini sur une trajectoire hyperbolique

Les points de Lagrange

Sur l'orbite décrite par un corps autour d'une masse centrale, on va trouver des points d'équilibre utiles pour les satellites artificiels d'observation : **les points de Lagrange**.

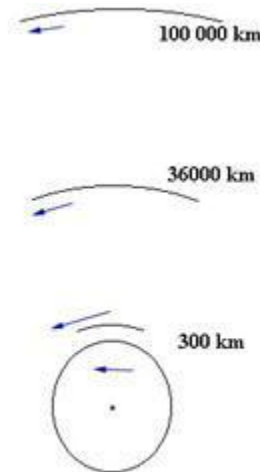
Pour obtenir une modélisation des mouvements dans le système solaire, on va partir du problème simplifié dans lequel les trajectoires des planètes sont des ellipses mais dont les éléments de ces ellipses vont varier au cours du temps. Cette ellipse de base est appelée ellipse osculatrice. Pour chaque planète on va considérer un problème à deux corps perturbé par les autres planètes. C'est Lagrange (1736-1813) au XVIIIème siècle qui a posé les équations du problème. Lagrange a aussi noté que dans un système à deux corps, il existait des positions d'équilibre où des corps supplémentaires pouvaient rester captifs. Ces positions sont appelées aujourd'hui les points de Lagrange du système à deux corps. La figure ci-dessous montre l'emplacement des 5 points L1, L2, L3, L4, L5. Seuls les points L4 et L5 sont des points d'équilibre stables. Des astéroïdes sont piégés sur ces points de l'orbite de Jupiter et de celle de Mars. Les points L1 et L2 de la Terre permettent d'installer des télescopes d'observation (SOHO, un satellite d'observation du Soleil en L1 et bientôt GAIA, un satellite d'observation astrométrique de la galaxie en projet en L2). Les points L1 et L2 sont à 1,5 millions de kilomètres de la Terre.



Les points de Lagrange L1, L2, L3, L4 et L5 par rapport à l'orbite d'une planète P autour du Soleil S. Seuls L4 et L5 sont stables. Les angles (SP, SL4) et (SP, SL5) font chacun 60°.

Les satellites géostationnaires

Un satellite géostationnaire est vu immobile depuis la surface de la Terre : pourquoi ? Non pas parce qu'il est réellement immobile par rapport à la Terre, mais parce qu'il tourne à la même vitesse que la Terre autour de son axe. Il doit faire une révolution en 24 heures! (en fait en 23 heures 56 minutes 4 secondes qui est la période de rotation sidérale autour de la Terre).



Application : calcul des périodes des satellites artificiels de la Terre

Un satellite artificiel de la Terre tourne d'autant moins vite qu'il est loin de la Terre pour respecter la 3ème loi de Képler qui dit que a^3/T^2 est une constante pour les objets tournant autour d'un même corps, où a est le demi-grand axe de l'orbite et T la période de révolution. Cette constante est, pour la Terre : $GM / 4\pi^2$ où G est la constante de la gravitation et M la masse de la Terre soit :

$$G=6,67259 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2} \text{ et } M=5,9736 \cdot 10^{24} \text{ kg} \text{ et donc } GM/4\pi^2 = 1,00965 \cdot 10^{13}$$

En supposant les orbites circulaires, un satellite situé à 300 km d'altitude (orbite basse) aura une période de révolution de T :

$$a = 300 \text{ km} + 6378 \text{ km} = 6,678 \cdot 10^6 \text{ m} ; \text{ donc } a^3 = 297,81 \cdot 10^{18} \text{ m}^3$$

$$\text{Appliquons la formule } a^3/T^2 = GM/4\pi^2 = 1,00965 \cdot 10^{13}$$

$$\text{donc } T^2 = a^3/1,00965 \cdot 10^{13} = 297,81 \cdot 10^{18}/1,00965 \cdot 10^{13} = 29496358 \text{ secondes, soit } T = 5431,055 \text{ secondes, c'est-à-dire, environ une heure et demie.}$$

Calculons la distance a au centre de la Terre à laquelle doit se trouver un satellite artificiel pour être géostationnaire.

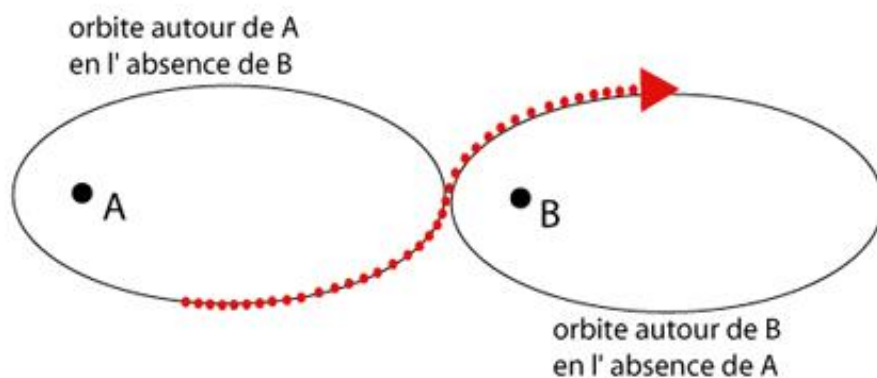
T doit être égal à 23 heures 56 minutes 4 secondes, soit 86164 secondes ;

on a $T^2 = 7424234896 \text{ s}^2$ donc $a^3 = T^2 \times 1,00965 \cdot 10^{13} = 74,95878763 \cdot 10^{21}$ (voir ci-dessus) et ainsi $a = 4,21639 \cdot 10^7$ mètres soit 42 163 900 km. En retranchant le rayon terrestre, on obtient l'altitude d'un satellite géostationnaire : environ 36 000 kilomètres.

On peut faire le même calcul avec des satellites plus éloignés et on verra que la durée de révolution diminue et atteint 28 jours pour un corps situé à 300 000 kilomètres de la Terre : c'est presque la Lune !

Les transferts d'orbites par impulsion gravitationnelle

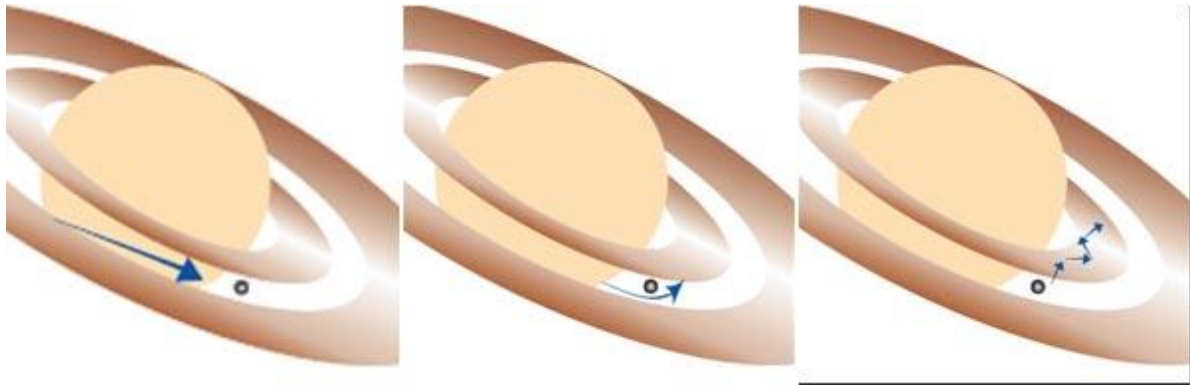
Les sondes spatiales utilisent le "rebond" gravitationnel pour aller plus loin et plus vite, en économisant du carburant, nécessaire pour échapper à l'attraction terrestre. On utilise pour cela les lois de Kepler et le mouvement des deux corps : la sonde va suivre un mouvement képlérien par rapport à un corps central A, la Terre, par exemple. Le corps A est prépondérant et on va mettre la sonde sur une orbite elliptique dont l'apogée est proche d'un autre corps que l'on va utiliser. A l'apogée (point de l'orbite le plus éloigné du corps A), la présence prépondérante du corps B va modifier la trajectoire de la sonde. La vitesse du corps B va être utilisée par la sonde. Des petites manœuvres induisant le passage de la sonde d'un côté ou de l'autre du corps B, additionnant ou soustrayant sa vitesse, vont placer la sonde sur une nouvelle orbite elliptique centrée sur le corps B pour lui permettre d'avoir une nouvelle trajectoire permettant d'atteindre un autre corps éloigné.



Les satellites gardiens des anneaux

Les planètes géantes présentent la particularité d'être entourées d'anneaux. Saturne possède le plus spectaculaire. La formation d'un anneau est le résultat des collisions entre une multitude de petits cailloux en orbite autour de la planète. Les collisions vont amener ces cailloux à s'agglomérer sous forme d'un disque plat qui aura tendance à s'étendre autour de la planète. Les divisions - espaces vides - qui apparaissent à l'intérieur d'un même anneau, sont longtemps restées inexplicables. C'est la découverte de petits satellites orbitant dans ces espaces vides qui nous ont fournis l'explication.

Ci-dessous, on a représenté un satellite orbitant dans une des divisions d'un anneau. Ainsi, on a l'impression que le satellite repousse les cailloux hors de la division. Il n'y a pas d'effet de répulsion : tout est conforme aux lois de la gravitation universelle.



Premier temps : une particule se détache de l'anneau et pénètre dans la division ; elle s'approche du satellite

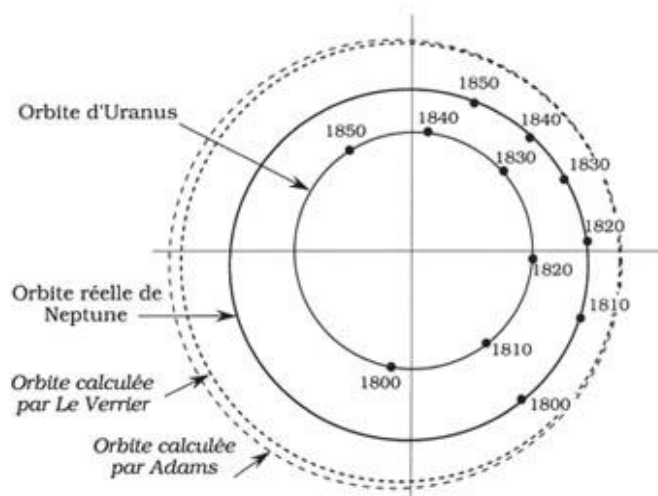
Deuxième temps : le satellite va modifier la trajectoire de la particule (mouvement des deux corps) et augmenter l'excentricité de sa trajectoire. Elle retournera donc dans l'anneau.

Troisième temps : de retour dans l'anneau, la particule subira de nouveau des collisions qui vont circulariser son orbite et lui éviter de retourner dans la division.

La découverte de Neptune par Le Verrier

La mécanique céleste allait prouver sa force en permettant de découvrir une nouvelle planète dans le système solaire, par le calcul et non pas seulement par l'observation du ciel.

Le Verrier avait établi un modèle de mouvement d'Uranus à partir des lois de la dynamique et de la gravitation universelle. Mais la comparaison aux observations ne donnait pas satisfaction: Uranus se trouvait trop loin, par rapport à son orbite calculée. La différence ne pouvait être expliquée par l'imprécision des observations: elle était bien plus grande. Le Verrier supposa qu'un corps massif attirait Uranus hors de son orbite. Mais où pouvait bien se trouver ce corps? Quel était-il? L'étude des observations d'Uranus réalisées entre 1800 et 1850 permit d'en calculer la masse et la distance à Uranus. L'orbite ainsi calculée montrait qu'il s'agissait d'une nouvelle planète, au-delà d'Uranus. Le même calcul fut fait par Adams en Angleterre mais c'est Le Verrier qui fit observer par Galle à Berlin en 1846 la nouvelle planète. En fait, l'orbite de Neptune était un peu différente de celle calculée, mais les observations d'Uranus disponibles ne permettaient pas une meilleure précision.



L'argument temps dans les théories planétaires

Il convient de dire maintenant quelques mots sur l'argument "temps" des éphémérides. En effet, pour connaître une position à un instant donné, quel instant chercher dans les éphémérides ? Jusqu'en 1834, on a utilisé le temps solaire vrai de Paris. Ensuite, du fait de l'existence d'horloges plus fiables, on a utilisé le temps moyen de Paris. En 1916, suite à une convention internationale, on a utilisé le temps moyen de Greenwich. Ces temps étaient jusque là liés à la rotation de la Terre considérée comme suffisamment uniforme. La mise en évidence d'irrégularités dans cette rotation (ralentissement) amena les astronomes à introduire une échelle de temps uniforme pour le calcul des éphémérides, échelle de temps basée sur la rotation de la Terre autour du Soleil. On utilisa le Temps des éphémérides défini à partir de la théorie du Soleil de Newcomb, ou encore, comme dans la Connaissance des temps, le Temps uniforme de Le Verrier tiré de sa théorie du Soleil et donc très proche du précédent. A partir de 1984 on introduisit le Temps Terrestre, temps uniforme construit à partir des horloges atomiques beaucoup plus stables que les mouvements célestes pour construire une échelle de temps. Ainsi, si on utilise le Temps Universel comme argument des éphémérides, on verra les planètes accélérer... C'est en fait la Terre qui ralentit...

La relativité générale, en montrant que le temps n'est pas absolu mais dépend des masses en présence et du lieu où on se place, a compliqué encore le problème. Une éphéméride définira la position d'un corps dans l'espace-temps de la manière suivante :

$$X = X(t)$$

$$Y = Y(t)$$

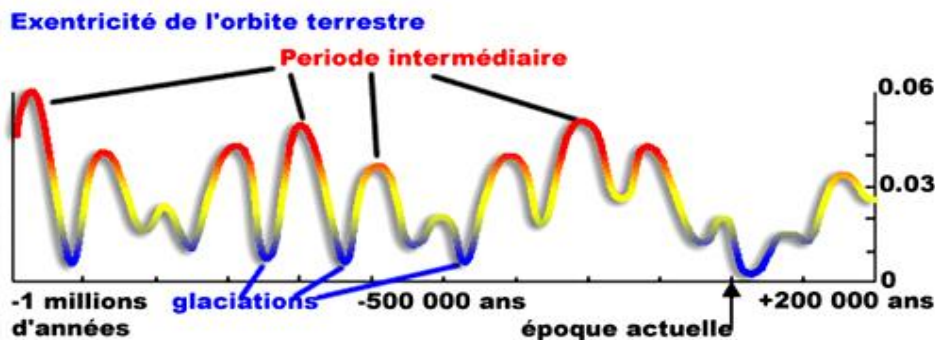
$$Z = Z(t)$$

$$T = T(t)$$

où t est un paramètre uniforme.

Application : l'évolution de l'excentricité de l'orbite terrestre

La mécanique céleste permet également d'obtenir, à une précision plus faible que celle des éphémérides valables sur quelques siècles, l'évolution des orbites planétaires sur de très longues durées de l'ordre de plusieurs millions d'années. On constate ainsi que l'excentricité de l'orbite terrestre subit de larges variations formées de nombreux termes périodiques dont les plus importants ont des périodes voisines de 100 000 ans, et pour l'un d'eux, une période de 400 000 ans. Les travaux de l'Institut de mécanique céleste, depuis les années 1970, ont permis de confirmer définitivement l'hypothèse astronomique des variations climatiques de la Terre au cours de l'ère quaternaire. Les paléo climatologues montrent en effet la corrélation entre les variations des éléments de l'orbite terrestre et les grandes glaciations du quaternaire. L'orbite circulaire de la Terre correspond à une glaciation et une orbite elliptique à une période chaude. La grande précision de la mécanique céleste offre ainsi une horloge à la paléoclimatologie en lui donnant les dates des glaciations et des périodes interglaciaires.



*Variations de l'excentricité de l'orbite terrestre sur 1 200 000 ans.
 Dans 27 000 ans l'excentricité sera presque nulle, l'orbite de la Terre presque circulaire ce qui entraînera une glaciation si, d'ici là, l'atmosphère de la Terre n'est pas profondément modifiée.*

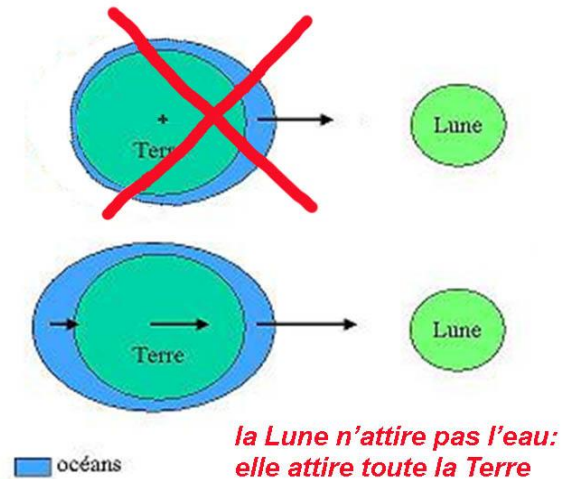
Les limites de la gravitation universelle

La gravitation universelle a permis d'expliquer beaucoup de choses mais reste en elle-même inexpliquée. Une nouvelle approche de la description de l'univers va permettre de décrire certaines choses que la gravitation universelle de Newton n'expliquait pas.

Rappelons la loi de Newton : $F = - G \frac{mm'}{r^2}$ où F est la force exercée l'un sur l'autre par deux corps de masses respectives m et m' séparés d'une distance r . G est appelée constante de la gravitation. D'autre part, le principe d'inertie découvert par Galilée stipule qu'un corps qui se déplace sans interaction avec l'extérieur, continuera sur une trajectoire rectiligne indéfiniment. Newton ajoutera que le seul moyen de modifier cette trajectoire est d'utiliser une force : un objet subissant une force accélère d'une quantité inversement proportionnelle à la masse de l'objet dans la direction de la force.

Tous ces principes vont nous permettre de décrire les mouvements dans le système solaire mais, avouons-le, ils n'expliquent pas grand-chose. On est en présence d'une action à distance. Pourquoi les corps s'attirent-ils ? Nul ne le sait. Avant Newton, on pensait que des anges poussaient les planètes sur leurs orbites; après Newton, on sait que les anges ne poussent pas les planètes mais les tirent vers le corps central pour contrecarrer le principe d'inertie! Aucun mécanisme n'a été mis en évidence pour expliquer l'action de cette force, à transmission instantanée.

La théorie de Newton explique aussi l'aplatissement du globe terrestre et permet de décrire correctement les marées. On avait bien pensé auparavant que la Lune pouvait attirer l'eau des mers mais alors la marée aurait dû n'être haute que du côté de la Lune. Newton l'explique : la Terre tourne autour du Soleil, elle n'est pas dans un repère galiléen et subit l'attraction de la Lune. Rien ne maintient la Terre pendant que l'eau monte vers la Lune. Le différentiel des forces explique bien les marées hautes de part et d'autre de la Terre.



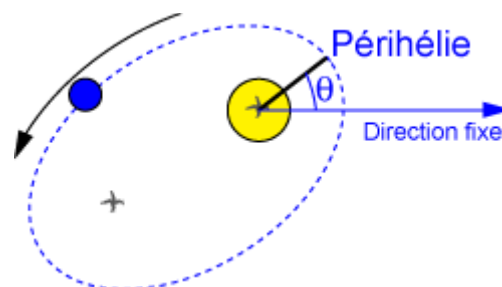
Enfin la gravitation universelle ne s'applique pas qu'au système solaire mais à l'univers tout entier mais elle n'explique pas l'excès d'avance du périhélie de Mercure.

Pour expliquer ce dernier point, il est nécessaire de faire appel à la théorie de la relativité générale pour laquelle :

- il n'y a pas de temps absolu
- la notion de référentiel galiléen n'est plus pertinente
- il n'y a pas de transmission instantanée des forces de gravitation (en fait, il n'y a pas de forces de gravitation).

L'excès d'avance du périhélie de Mercure

Le système Soleil Mercure n'est pas isolé dans l'espace et subit des perturbations gravitationnelles qui peuvent faire varier l'angle θ qui donne la position du périhélie de l'orbite de Mercure. Ainsi θ va varier (on n'est pas dans un problème à deux corps mais à N corps) et le périhélie va sembler "avancer" au cours du temps. La mécanique newtonienne permet de calculer cette avance mais les observations ont montré que le périhélie avance plus rapidement que prévu. Le Verrier a cherché une planète inconnue dont les perturbations expliqueraient cet excès d'avance mais ne l'a pas trouvé. Il faudra attendre Einstein et la théorie de la relativité générale pour l'expliquer.



Périhélie : point où Mercure est au plus près du Soleil. l'angle est l'angle entre une direction fixe et la direction du périhélie

La constante de la gravitation

Dans la formule de Newton ci-dessus, on remarque l'existence d'une constante G . A quoi correspond-elle ? Quelle est sa valeur ? En fait, la mesure des distances et des périodes dans le système solaire ne nous fournit que le produit $G \times m$ de la constante G avec la masse du corps central. On connaît donc $G \times$ (masse solaire) en mesurant les positions des planètes, $G \times$ (masse terrestre) en mesurant le mouvement de la Lune, $G \times$ (masse de Jupiter) en mesurant les positions des satellites de Jupiter, etc. La mesure absolue de G a été faite par Cavendish (1731-1810) en 1798. Pour cela il réalise une expérience désormais célèbre : il mesure l'attraction de deux boules de plomb de 150 kg chacune sur de petites billes par l'intermédiaire d'un pendule de torsion. Il pourra dire : j'ai pesé la Terre ! La valeur de cette constante est $6,672\ 59 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$. Aujourd'hui, nous ne disposons pas de méthodes beaucoup plus précises pour cette mesure.

Une question se pose aussi : la constante de la gravitation est-elle vraiment constante ou se modifie-t-elle au cours du temps ? Il a été impossible de mesurer une variation de cette constante mais cette variation, si elle existe, ne peut être que faible. En effet, en supposant que cette constante ait varié de 10% au cours du dernier milliard d'années, les conditions de rayonnement du Soleil auraient été telles que la vie aurait été impossible sur Terre à cette époque. La variation de cette constante ne peut donc être que beaucoup plus faible que cela.

Les principes de la relativité

Après avoir vu la gravitation universelle au sens de Newton, venons-en au principe de relativité. Ce principe n'est pas récent. Dès les prémices de la mécanique, la question qui s'est posée est : les lois de la physique que l'on met à jour restent-elles invariantes dans n'importe quel référentiel ? Y-a-t-il un référentiel absolu ? C'est à cette question fondamentale que les théories de la relativité vont tenter de répondre.

En 1905, A. Einstein (1879-1955) publie sa théorie de la relativité restreinte et, en 1916, celle de la relativité générale qui va rendre obsolète la loi de la gravitation de Newton.

La relativité galiléenne

Avant même la découverte de la gravitation universelle par Newton, Galilée énonce le principe de l'inertie : tout corps abandonné à lui-même et ne subissant aucune force extérieure, est animé d'un mouvement rectiligne uniforme. On appellera "référentiels galiléens" des systèmes de référence en mouvement de translation rectiligne uniforme les uns par rapport aux autres. Pour passer d'un référentiel R à un référentiel R' animé d'une vitesse v parallèle à l'axe des abscisses, le changement de variable est de la forme :

$$\begin{cases} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

Dans cette transformation dite "galiléenne", les lois de la mécanique et de la physique sont

supposées être invariantes. Les vitesses s'additionnent. Afin de respecter le principe d'inertie, Newton sera amené à introduire un temps absolu et un espace absolu universel.

Les limites de la relativité galiléenne

Ce système simple va vivre pendant près de trois siècles et la mécanique céleste va décrire merveilleusement la dynamique du système solaire jusqu'à ce que deux grains de sable se glissent dans la machine. L'un sera l'explicable excès de l'avance du périhélie de Mercure. La mécanique classique sera impuissante devant ce problème. L'autre viendra de la découverte de l'électromagnétisme. En 1873, J. Maxwell (1831-1879), physicien écossais, publie les équations générales des champs électromagnétiques, dites "équations de Maxwell". On constate alors que ces équations ne sont pas invariantes. Effectivement, la composition des vitesses ne peut se faire avec la vitesse de la lumière qui ne dépend pas de la vitesse de la source (cela se remarquerait lors de l'observation des étoiles doubles) : elle ne peut être composée avec une autre vitesse. Serait-ce dû à l'existence d'un "éther" dans lequel la lumière se déplace par vibration ? On chercha alors à déceler un mouvement par rapport à l'éther. En particulier, on devait pouvoir mesurer la vitesse d'un mobile en mesurant les modifications des lois physiques entraînées par le déplacement. Ce fut alors la célèbre expérience de Michelson qui consiste à mesurer la vitesse de la lumière dans deux directions perpendiculaires. Cette expérience fut faite en divers lieux, à 6 mois d'intervalle (la vitesse de la Terre change de sens) pendant des dizaines d'années et jamais on ne trouva un changement dans la vitesse de la lumière. Le mouvement de la Terre était indétectable avec cette méthode. Les équations de Maxwell étaient-elles fausses ? En fait non, c'était la transformation galiléenne qui n'était pas correcte. H. Poincaré montra que les équations de Maxwell étaient invariantes si on leur appliquait une transformation particulière, dite "transformation de Lorentz".

La relativité restreinte

Einstein va réussir à étendre le principe de relativité de la mécanique à la physique à partir de deux postulats :

- tous les référentiels galiléens sont équivalents pour la formulation des lois physiques ;
- la vitesse de la lumière dans le vide est constante par rapport à n'importe quel système galiléen et est indépendante du mouvement de la source.

Ces deux postulats étaient bien sûr incompatibles avec la transformation galiléenne qui postule qu'il existe un temps absolu et que la mesure d'une longueur est indépendante du mouvement du système de référence. Einstein va montrer les erreurs de ces postulats. En particulier, il montre la relativité de la notion de simultanéité qui n'a de signification que dans un système galiléen déterminé, ce qui entraîne la relativité de la notion de longueur. Longueur et temps sont liés. La transformation galiléenne doit, comme prévu, être remplacée par la transformation de Lorentz :

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{array} \right.$$

pour deux repères ayant leurs axes parallèles et en déplacement relatif selon l'axe x. La loi de composition des vitesses n'est plus celle du système galiléen. Cette transformation va entraîner la contraction des longueurs et la dilatation des durées pour les corps en mouvement. On remarquera que pour des vitesses relatives petites devant la vitesse de la lumière c (i.e. v/c petit), la transformation de Lorentz se réduit à la transformation de Galilée.

La relativité générale

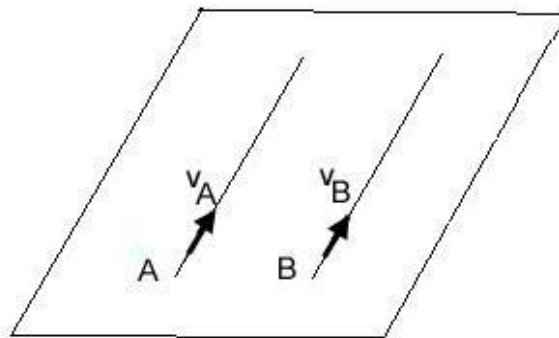
La relativité restreinte n'a cependant pas résolu tous les problèmes. Elle s'est montrée incapable d'incorporer la gravitation de manière satisfaisante et certaines expériences semblent toujours prouver qu'il existe un référentiel absolu. Par exemple, l'expérience du pendule de Foucault semble indiquer que l'on peut mesurer le mouvement de la Terre par rapport à un référentiel absolu. Où donc se trouve la contradiction ? Einstein va étendre pour cela la relativité restreinte à la gravitation et énoncer le principe d'équivalence. L'identité entre la masse gravifique (celle qui « attire ») et la masse inertielle (celle qui s'oppose au mouvement) devient un postulat de base de la théorie. Ainsi, il n'est pas possible, localement, de distinguer une force créée par une accélération, d'une force créée par la gravitation. Cette identité a conduit Einstein à penser qu'un laboratoire en chute libre dans un champ gravitationnel constitue en quelque sorte l'extension naturelle du concept de système de référence inertielle de l'ancienne mécanique. On est ainsi amené à postuler que "tous les systèmes de référence en chute libre sont équivalents pour l'expression des lois physiques non gravitationnelles, quel que soit leur état de mouvement et leur localisation". Cet énoncé constitue ce qu'on appelle aujourd'hui le principe d'équivalence d'Einstein.

Il faut souligner à ce propos que ce principe n'édicte rien sur la description des phénomènes gravitationnels eux-mêmes. Ainsi, il ne postule pas que deux laboratoires en chute libre situés en des endroits différents vont trouver la même valeur pour la constante de la gravitation G (étant admis qu'ils sont munis d'horloges et de mètres de même fabrication). Autrement dit, le principe d'équivalence d'Einstein ne rejette pas a priori que la "vraie théorie relativiste de la gravitation" puisse prédire que G varie avec le temps et le lieu. Ce principe permet donc des généralisations de la relativité générale, généralisations dont les vérifications font l'objet de nombreuses recherches actuelles.

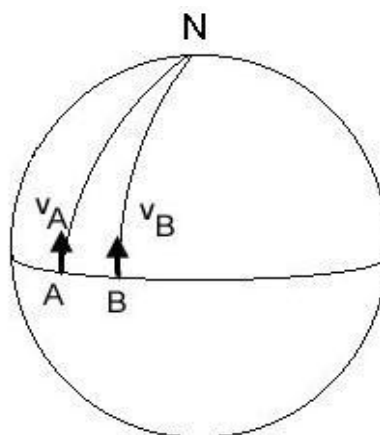
L'idée qu'en présence d'un champ gravitationnel, ce sont les référentiels en chute libre qui doivent remplacer les référentiels inertiels en amène très naturellement une autre : les référentiels en chute libre ne peuvent être que locaux, car un vrai champ de gravitation (celui de la Terre par exemple) n'est pas uniforme. En effet, la non uniformité entraîne qu'aucun

mouvement global du système de référence ne peut supprimer partout le champ de la Terre. D'où l'idée que le principe d'équivalence d'Einstein, qui est purement local, n'interdit pas à la géométrie de l'espace-temps de changer d'un point à un autre. Au contraire, un tel changement de géométrie permet de résoudre le problème de la gravitation avec une extrême élégance conceptuelle. Le principe d'inertie galiléen nous dit qu'en l'absence de tout champ de force, un point matériel a un mouvement rectiligne uniforme dans tout référentiel galiléen. Or, une droite est une géodésique de l'espace euclidien. Il est dès lors naturel de considérer le mouvement d'une particule en chute libre dans un champ gravitationnel comme défini par la géodésique d'une métrique plus complexe qu'une métrique euclidienne. En fait, Einstein a introduit une généralisation dite "pseudo-riemannienne" de la métrique spatio-temporelle de la relativité restreinte.

Nous donnons ci-dessous une analogie qui permet de comprendre pourquoi une métrique non euclidienne peut rendre compte de façon simple d'une force de gravitation.



Dans un plan euclidien P : deux corps A et B initialement doués de vitesse $v_A = v_B$ et suivant des géodésiques de P (droites) vont rester à distance constante : il n'y a pas de gravitation dans cet univers : A et B ne "s'attirent" pas.

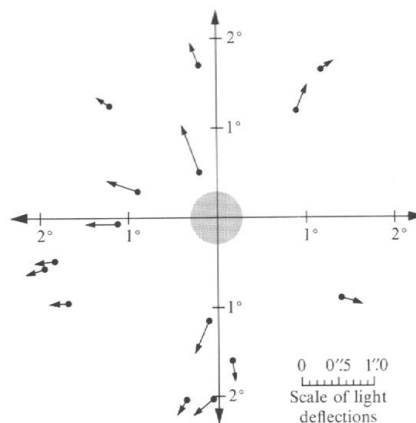


Sur une sphère S : deux corps A et B initialement doués de vitesse $v_A = v_B$ sur l'équateur et suivant des géodésiques de S (grands cercles) vont se rapprocher et se rejoindre au pôle N : il y a de la gravitation dans cet univers : A et B "s'attirent". On peut donc décrire la gravitation comme une manifestation de la courbure d'une métrique.

Les preuves expérimentales de la relativité générale

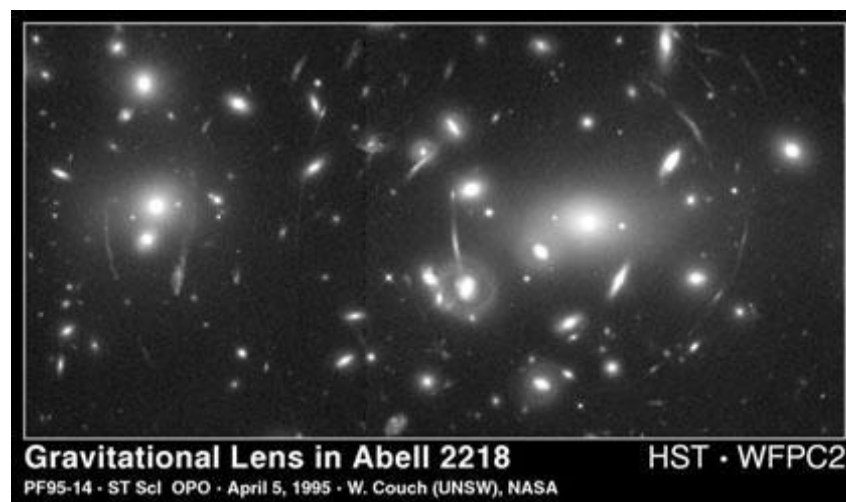
La théorie de la relativité générale a permis d'expliquer plusieurs phénomènes importants :

- l'excès d'avance du périhélie de Mercure se trouve parfaitement modélisé dans le cadre de la relativité générale ;
- la courbure des rayons lumineux passant près d'une masse est détectée en observant les étoiles proches du Soleil pendant une éclipse ;



Déviations des positions des étoiles visibles lors d'une éclipse de Soleil.

- l'expansion de l'univers découverte par Hubble grâce au décalage spectral vers le rouge des galaxies
- les mirages gravitationnels (effet de lentille d'une masse importante se trouvant sur le trajet de rayons lumineux) ont été observés (cf. ci-dessous) ;



Cette image du télescope spatial HST de l'amas de galaxies Abell 2218 montre un exemple spectaculaire de lentille gravitationnelle. Les arcs visibles sur l'image sont des mirages créés par le champ gravitationnel de l'amas. L'amas est tellement massif et compact qu'il courbe l'espace et que les rayons lumineux passant à travers cet amas sont déviés et, comme à travers une lentille, ils forment une nouvelle image. Ce processus déforme l'image primaire des objets se trouvant beaucoup plus loin que l'amas de galaxies provoquant le phénomène.