CHAPITRE **4**

SYSTÈMES DE RÉFÉRENCE ET CHANGEMENTS DE COORDONNÉES

L'étude des mouvements et des positions des astres nécessite la définition et la construction de systèmes de coordonnées spatiales et temporelles. Selon le point de vue exposé par Kovalevsky et Mueller (1989), on est amené à distinguer le concept théorique, désigné par système de référence, de sa matérialisation à l'aide d'objets astronomiques, désignée par repère de référence.

4.1. LES SYSTÈMES DE RÉFÉRENCE

4.1.1. Mécanique newtonienne et mécanique relativiste

4.1.1.1. La mécanique newtonienne

La mécanique newtonienne sépare les coordonnées spatiales de la coordonnée temporelle et introduit pour les premières la notion de système de référence inertiel et pour la seconde la notion de temps uniforme. Dans un système de référence inertiel et pour un temps uniforme, l'accélération d'un point matériel ou d'un élément de masse est proportionnelle à la somme des forces newtoniennes exercées sur lui par les autres points matériels ou les autres éléments de masse. Deux systèmes de référence inertiels se déduisent l'un de l'autre par un mouvement de translation de vitesse constante et deux variables "temps uniforme" se déduisent l'une de l'autre par une transformation affine.

4.1.1.2. La mécanique relativiste

En mécanique relativiste, il n'y a plus de véritable séparation entre coordonnées spatiales et coordonnée temporelle.

La relativité restreinte définit encore des systèmes inertiels de métrique, en utilisant la convention d'Einstein [1] :

$$\mathrm{d}s^2 = -(\mathrm{d}x^0)^2 + \mathrm{d}x^i\mathrm{d}x^i,$$

où $x^0 = ct$ est la coordonnée temporelle et les x^i $(i = 1, 2, 3)$ sont les coordonnées spatiales ; c est la vitesse de la lumière. On passe d'un système inertiel à un autre par une transformation de Lorentz.

Dans le cadre de la relativité générale, il n'y a pas de système de référence privilégié. On peut simplement dire que certains systèmes sont plus appropriés que d'autres à certains problèmes. Par ailleurs, il n'y a plus de système de référence universel mais des systèmes locaux.

À l'intérieur du système solaire, où les champs sont faibles, on utilise des systèmes de référence dont les métriques se développent en fonction du petit paramètre v/c. Elles ont la forme générale suivante, en utilisant la convention d'Einstein :

$$\begin{aligned} &\mathrm{d}s^2 = g_{00}(\mathrm{d}x^0)^2 + g_{0i}\mathrm{d}x^0\mathrm{d}x^i + g_{ij}\mathrm{d}x^i\mathrm{d}x^j, \\ \text{où} \quad &g_{00} = -(1 + h_{00}), \qquad g_{0i} = -h_{0i}, \qquad g_{ij} = \delta_{ij} - h_{ij}, \end{aligned}$$

avec $\delta_{ij} = 0$ pour $i \neq j$ et $\delta_{ii} = 1$. Comme précédemment, $x^0 = ct$ est la coordonnée temporelle, les x^i $(i = 1, 2, 3)$ sont les coordonnées spatiales. v est la vitesse définie par :

$$v^2 = \sum_{i=1}^{3} \left(\frac{\mathrm{d}x^i}{\mathrm{d}t}\right)^2.$$

Les h_{00}, h_{0i} et h_{ij} sont des développements en fonction du petit paramètre v/c, sans terme d'ordre zéro ; h_{00} et les h_{ij} ne comportent que des puissances paires du petit paramètre, les h_{0i} ne comportent que des puissances impaires. À l'ordre zéro en v/c, ces métriques se réduisent donc à la métrique de la relativité restreinte, les systèmes de référence à des systèmes inertiels et les mouvements des corps aux solutions fournies par la mécanique newtonienne.

À l'intérieur du système solaire, on peut établir la hiérarchie de systèmes de référence suivante (Brumberg, 1991a) :

- Système barycentrique (BRS, Barycentric Reference System) dont le centre est le barycentre du système solaire ;
- Système héliocentrique (HRS, Heliocentric Reference System) centré au Soleil ;
- Système local Terre-Lune (LRS, Lunar Reference System) centré au barycentre du système Terre-Lune ;

---

[1] Selon la convention d'Einstein, toutes les fois que dans un monôme figure deux fois le même indice on doit sommer les monômes obtenus en donnant à cet indice toutes les valeurs possibles, ici de 1 à 3.
Exemple : $a^i y_i = a^1 y_1 + a^2 y_2 + a^3 y_3$.

• Système géocentrique (GRS, Geocentric Reference System) centré au centre des masses de la Terre ;

• Système topocentrique dont l'origine est un point de la surface terrestre.

Selon la résolution de l'Union Astronomique Internationale en 1991, le temps-coordonnée $t = x_0/c$ du système de référence barycentrique BRS est le TCB défini en 3.8 mais on utilise également le TDB qui en diffère par un terme proportionnel au temps. Les théories servant de base aux éphémérides de la *Connaissance des Temps* sont construites dans le système barycentrique et leur argument temps est le TDB.

En négligeant l'influence de la Galaxie, avec les hypothèses de la théorie de la relativité générale et en coordonnées harmoniques [2], la métrique BRS est définie par :

$$\begin{aligned} h_{00} &= -\frac{2U}{c^2} - \frac{2W}{c^4} + \dots \\ h_{0i} &= \frac{4U^i}{c^3} + \dots \\ h_{ij} &= -\frac{2\delta_{ij}U}{c^2} + \dots \end{aligned}$$

U est le potentiel newtonien créé par tous les corps du système solaire, U^i est le potentiel vecteur. En supposant les corps ponctuels, on a :

$$U = \sum_A \frac{GM_A}{r_A}, \quad U^i = \sum_A \frac{GM_A}{r_A} v_A^i,$$

les sommations étant étendues à tous les corps A du système solaire. M_A est la masse du corps A, x_A^i ses coordonnées spatiales ; r_A et v_A^i sont définis par :

$$(r_A)^2 = \sum_{i=1}^{3} (x^i - x_A^i)^2, \quad v_A^i = \frac{\mathrm{d}x_A^i}{\mathrm{d}t}.$$

On trouvera des expressions plus complètes de U et U^i et l'expression de W dans Brumberg et Kopejkin (1989).

On utilise également de façon courante le système géocentrique GRS, dont le temps-coordonnée est le temps géocentrique TCG défini en 3.8. On distingue (Brumberg, 1991a) le GRS non tournant au sens dynamique, appelé DGRS (Dynamically non rotating Geocentric Reference System), du GRS non tournant au sens cinématique, appelé KGRS (Kinematically non rotating Geocentric Reference System).

Dans ces conditions, on passe des coordonnées harmoniques dans le système barycentrique aux coordonnées harmoniques $w^0 = cu$ et w^i dans le système géocentrique par des relations de la forme (Brumberg, 1991b) :

$$\begin{aligned} u &= t - \frac{1}{c^2}\left[S + v_E^k(x^k - x_E^k)\right] + \dots \\ w^i &= x^i - x_E^i + \frac{1}{c^2}\left[\left(\frac{1}{2}v_E^i v_E^k + qF^{ik} + D^{ik}\right)(x^k - x_E^k) + D^{ijk}(x^j - x_E^j)(x^k - x_E^k)\right] + \dots \end{aligned} \tag{4.1.1}$$

[2] Les coordonnées harmoniques sont définies par les conditions $\frac{\partial}{\partial x^\beta}\left(\sqrt{-g}\, g^{\alpha\beta}\right) = 0$. Dans ces relations α et β prennent toutes les valeurs entières de 0 à 3 et la convention d'Einstein est utilisée ; g est le déterminant de la matrice d'éléments $g_{\alpha\beta}$ et les $g^{\alpha\beta}$ sont les éléments de la matrice inverse.

avec $q = 1$ ou 0, selon que le système géocentrique est un DGRS ou un KGRS.

Les x_E^k désignent les coordonnées spatiales BRS de la Terre, v_E^k leurs dérivées par rapport à t ; S, F^{ik}, D^{ik}, D^{ijk} sont des fonctions de t calculables à partir des coordonnées spatiales de la Terre et des planètes et des masses ; les F^{ik} sont antisymétriques en i et k. Pour un DGRS, le terme relativiste principal de la relation liant les coordonnées spatiales peut se mettre sous la forme :

$$\frac{1}{c^2}F^{ik}(x^k - x_E^k) = \frac{1}{c^2}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_E) \wedge \mathbf{F},$$

où $\mathbf{x}$ et $\mathbf{x}_E$ sont les vecteurs de R^3 de composantes x^i et x_E^i ; $\mathbf{F}$ est le vecteur de composantes :

$$F^i = \frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}F^{jk},$$

avec $\varepsilon_{ijk} = 0$ si deux des indices sont égaux, $\varepsilon_{123} = 1$ et $\varepsilon_{ijk} = -\varepsilon_{jik} = -\varepsilon_{ikj}$.

En première approximation, $c^{-2}\mathbf{F}$ est un vecteur perpendiculaire à l'écliptique dont l'intensité d'après De Sitter (1938) est :

$$\mathcal{P}_g t = \frac{3k^2}{2c^2}\frac{n_S}{a_S}t,$$

où k est la constante de Gaus, n_S et a_S le moyen mouvement et le demi-grand axe de l'orbite terrestre. $\mathcal{P}_g$ est appelé la *précession géodésique*. Les axes spatiaux du DGRS apparaissent donc comme en rotation uniforme par rapport aux axes spatiaux du BRS avec la vitesse angulaire $\mathcal{P}_g$. Cette rotation n'existe pas pour le KGRS.

Plus rigoureusement (Brumberg et al., 1991), les composantes de $c^{-2}\mathbf{F}$ dans un système spatial défini par l'écliptique et l'équinoxe moyens de J2000 se décomposent en partie séculaire et partie périodique. La précession géodésique est définie comme le coefficient du terme en t, où t est compté à partir de J2000, de la composante $c^{-2}F^3$, perpendiculaire à l'écliptique. Sa valeur est $1''.9199$ par siècle julien. On trouvera dans (Brumberg et al., 1991) l'expression complète de $c^{-2}\mathbf{F}$. L'amplitude des termes périodiques est au plus de $0''.000\,153$.

Les quantités permettant la conversion des temps-coordonnées, t et u, sont données en 3.9.

Enfin, on définit également (Brumberg et Kopejkin, 1989, Brumberg, 1991b, Brumberg et al., 1996) un système de référence géocentrique tournant (GRS^+), dont la coordonnée temporelle est identique à celle du DGRS et dont les coordonnées spatiales se déduisent de celles du DGRS par application de la précession sans sa composante précession géodésique, de la nutation et de la rotation de la Terre fournie par la mécanique newtonienne. Si l'on néglige F^2, F^3 et les termes périodiques de F^1, les coordonnées spatiales du GRS^+ se déduisent de celles du KGRS par application de la même transformation mais en incluant, cette fois, dans la précession, la précession géodésique selon la méthode du paragraphe 5.5. Les h_{0i} de la métrique du GRS^+ comportent un terme en $1/c$.

4.1.2. Systèmes de référence célestes et systèmes de référence terrestres

4.1.2.1. Systèmes de référence célestes

Ils sont basés sur l'étude des mouvements des corps célestes. On distingue (Kovalevsky et Mueller, 1989) les systèmes de référence dynamiques des systèmes de référence cinématiques.

Les systèmes de référence dynamiques sont basés sur l'étude dynamique des corps, c'est-à-dire sur la résolution des équations différentielles de leur mouvement soit dans le cadre de la mécanique newtonienne, soit dans celui de la mécanique relativiste. Pour les corps du système solaire, auxquels nous nous intéresserons exclusivement, nous avons vu en 4.1.1 que le premier cas pouvait être considéré comme l'ordre zéro du second.

Les systèmes de référence cinématiques sont basés sur une étude statistique des mouvements des corps lointains, étoiles lointaines et surtout galaxies et quasars, du seul point de vue de la cinématique, c'est-à-dire sans en référer aux causes de ces mouvements.

4.1.2.2. Systèmes de référence terrestres

Ils sont définis par un modèle de Terre. On considère en général un modèle dont la surface ne présente globalement que des déformations, c'est-à-dire tel que les résultantes des mouvements de rotation et de translation de chaque élément de surface, étendues à la surface totale, sont nulles. Le passage des repères célestes aux repères terrestres est étudié en 4.4.

4.2. LES REPÈRES DE RÉFÉRENCE CÉLESTES

Dans la pratique, l'utilisateur d'éphémérides est essentiellement concerné par les repères de référence, matérialisation des systèmes de référence. Comme toute matérialisation, ces repères présentent des imperfections et les progrès des théories de mécanique céleste et des moyens d'observation provoquent et nécessitent l'établissement de nouveaux repères de référence.

La construction d'un repère de référence passe par le choix de corps célestes, d'un système de constantes et éventuellement de théories, par exemple théorie du mouvement orbital héliocentrique du barycentre Terre-Lune, précession, nutation, ... Les repères de référence sont souvent représentés par des catalogues d'étoiles, tels le FK4 ou plus récemment le FK5, mais ils peuvent également être représentés par une éphéméride des planètes principales et de la Lune couvrant une période suffisante. C'est ainsi qu'on peut parler du repère de référence défini par l'intégration numérique du JPL (Jet Propulsion Laboratory) DE200/LE200 (Standish et al., 1981).

Les repères de référence que nous allons étudier sont des repères spatiaux. On considérera donc, selon la précision, soit qu'ils représentent des systèmes de référence inertiels de la mécanique newtonienne, soit qu'ils permettent de matérialiser les coordonnées spatiales du système de référence barycentrique (BRS) tel qu'il a été défini en 4.1.1. Dans les deux cas, ils doivent être associés à un temps barycentrique, le TCB ou le TDB, qui fournit la coordonnée temporelle. Avant

1976, dans le cadre de la mécanique newtonienne, la coordonnée temporelle était représentée par le Temps des éphémérides défini en 3.6.

4.2.1. Définitions

Sphère céleste : Sphère de rayon arbitraire dont le centre est celui du système de référence considéré, par exemple le barycentre du système solaire pour un BRS, le centre de masses de la Terre pour un GRS, etc. On considère sur la sphère céleste des grands cercles particuliers appelés écliptiques ou équateurs.

Équateur céleste vrai : Grand cercle de la sphère céleste dont le plan est perpendiculaire à la direction du pôle céleste des éphémérides (CEP, *Celestial Ephemeris Pole*) (*cf.* 6.2.4). On l'appelle également équateur vrai de la date.

Équateur moyen de la date : Se déduit de l'équateur vrai de la date par une transformation fournie par la théorie de la nutation (*cf.* 5.6). On passe de l'équateur moyen d'une date à l'équateur moyen d'une autre date par une transformation fournie par la théorie de la précession (*cf.* 5.5). Le plan de l'équateur moyen d'une date donnée constitue un plan fixe qui peut être utilisé comme plan de référence d'un système inertiel ou d'un BRS.

On peut définir le plan de l'écliptique vrai comme le plan osculateur du mouvement héliocentrique du barycentre Terre-Lune dans le BRS, ou dans un système inertiel si on néglige les effets relativistes. Ce plan, qui est orthogonal au moment cinétique du barycentre Terre-Lune, n'est jamais utilisé comme plan de référence mais on définit deux sortes d'écliptiques moyens de la date (Standish, 1981).

Écliptique moyen inertiel de la date : Grand cercle de la sphère céleste dont le plan est perpendiculaire au moment cinétique moyen du barycentre Terre-Lune dans son mouvement héliocentrique lorsque la vitesse est calculée dans un système de référence non tournant (ou inertiel). Le moment cinétique moyen est obtenu en enlevant aux composantes du moment cinétique vrai issu d'une théorie à variations séculaires (*cf.* 8.1.2.5) les termes dépendant des longitudes moyennes des planètes et des arguments de la Lune.

Écliptique moyen rotationnel de la date : Grand cercle de la sphère céleste dont le plan est perpendiculaire au moment cinétique moyen du barycentre Terre-Lune dans son mouvement héliocentrique lorsque la vitesse est calculée dans un système de coordonnées tournant défini par l'écliptique moyen inertiel de la date et par l'équinoxe dynamique moyen inertiel de la date (voir la définition plus bas).

Les plans des écliptiques moyens, inertiel ou rotationnel, d'une date donnée sont des plans fixes qui peuvent être utilisés comme plan de référence d'un système inertiel ou d'un BRS.

Obliquité de l'écliptique : C'est l'inclinaison de l'écliptique moyen, soit inertiel soit rotationnel, sur l'équateur moyen à une date donnée.

Équinoxe dynamique vrai de la date : C'est le nœud ascendant de l'écliptique moyen de la date sur l'équateur vrai de la date.

Équinoxe dynamique moyen de la date : C'est le nœud ascendant de l'écliptique moyen de la date sur l'équateur moyen de la date.

Dans chaque cas (moyen ou vrai), il existe deux équinoxes dynamiques, l'un *inertiel*, l'autre *rotationnel*, selon l'écliptique moyen, inertiel ou rotationnel, utilisé. L'arc $\gamma^R\gamma^I$ mesuré sur l'équateur moyen, séparant l'équinoxe dynamique moyen rotationnel (γ^R) de l'équinoxe dynamique moyen inertiel (γ^I), ainsi que la différence entre les obliquités (ε^R et ε^I) des deux écliptiques, sont donnés par les formules suivantes (Standish, 1981) :

$$\text{en B1950.0 (date julienne 2\,433\,282.423),} \qquad \begin{aligned} \gamma^R\gamma^I &= -0''.093\,63, \\ \varepsilon^R - \varepsilon^I &= 0''.003\,64; \end{aligned} \tag{4.2.1}$$

$$\text{en J2000 (date julienne 2\,451\,545.0),} \qquad \begin{aligned} \gamma^R\gamma^I &= -0''.093\,66, \\ \varepsilon^R - \varepsilon^I &= 0''.003\,34. \end{aligned} \tag{4.2.2}$$

Kinoshita et Aoki (1983) donnent en J2000 :

$$\begin{aligned} \gamma^R\gamma^I &= -0''.093\,51, \\ \varepsilon^R - \varepsilon^I &= 0''.003\,29. \end{aligned} \tag{4.2.3}$$

Les dernières valeurs sont basées sur la théorie VSOP80 (Bretagnon, 1980) alors que les valeurs de Standish sont basées sur la théorie de Newcomb.

Lorsqu'on choisit le plan de l'écliptique inertiel ou rotationnel (ou le plan de l'équateur) moyen d'une date de référence comme plan de référence d'un système inertiel ou d'un BRS, on est amené à compléter ce choix par celui d'un axe fixe du plan, passant par le centre du système de référence et coupant la sphère céleste en un point dit *origine*. On prend souvent pour origine l'équinoxe dynamique inertiel ou rotationnel de la date de référence.

Dans la théorie de Newcomb, l'écliptique et l'équinoxe sont rotationnels (Kinoshita et Aoki, 1983). Pour cette raison, l'équinoxe dynamique et l'obliquité rotationnels sont plus couramment utilisés. Les théories planétaires et lunaires analytiques modernes (*cf.* 8.1 et 8.2) sont rapportées à un équinoxe dynamique inertiel.

On peut définir plus généralement l'équinoxe d'un catalogue (ou d'une éphéméride) comme le point de la sphère céleste origine des ascensions droites fournies par le catalogue. Cet équinoxe est proche de l'équinoxe dynamique moyen rotationnel de la date de référence du catalogue mais non nécessairement confondu avec lui.

On associe en général à un repère de référence un système de constantes fondamentales auquel appartient l'obliquité de l'écliptique à une date de référence, une théorie de la précession et une théorie de la nutation. Dans ces conditions, on peut représenter indifféremment un point dans ce repère par ses coordonnées écliptiques rapportées à l'écliptique et à l'équinoxe moyens de la date de référence, par ses coordonnées équatoriales rapportées à l'équateur et à l'équinoxe moyens de la date de référence, par ses coordonnées *équatoriales vraies* (rapportées à l'équateur et à l'équinoxe vrais de la date), *équatoriales moyennes de la date* (rapportées à l'équateur et à l'équinoxe moyens de la date), *écliptiques vraies* (rapportées à l'équinoxe vrai et à l'écliptique moyen de la date), *écliptiques moyennes de la date* (rapportées à l'écliptique et à l'équinoxe moyens de la date). Toutefois, seules les coordonnées rapportées à un plan et un équinoxe fixes (écliptique ou équateur et équinoxe moyens d'une date de référence) sont les matérialisations des coordonnées du point dans un BRS ou un système inertiel. On passe de telles coordonnées à des coordonnées moyennes de la date par une transformation faisant intervenir des quantités issues de la théorie de la précession, puis à des coordonnées vraies de la date par une transformation faisant intervenir des quantités issues de la théorie de la nutation (*cf.* 5.5 et 5.6).

En coordonnées polaires, les coordonnées équatoriales sont l'ascension droite, la déclinaison et la distance ; les coordonnées écliptiques sont la longitude, la latitude et la distance. La distance r est parfois remplacée par la parallaxe π, définie par :

$$\sin \pi = \frac{a_T}{r},$$

où a_T est le rayon équatorial terrestre. La distance et la parallaxe ne dépendent pas du plan et de l'équinoxe de référence.

On appelle coordonnées *géométriques* d'un corps à l'instant t, des coordonnées représentant la position effectivement occupée par le corps à l'instant t, sans tenir compte du trajet de la lumière. Ce nom est réservé en général à des coordonnées géocentriques et dans ce cas les coordonnées géométriques d'une planète à l'instant t sont obtenues en retranchant les coordonnées barycentriques de la Terre à l'instant t des coordonnées barycentriques de la planète à l'instant t, le plan de référence et l'équinoxe restant les mêmes. De façon plus restrictive, le nom de coordonnées géométriques est parfois réservé à des coordonnées rapportées à l'équinoxe et à l'équateur vrais de la date.

On appelle coordonnées *apparentes* des coordonnées donnant la direction du corps telle qu'elle serait vue par un observateur placé au centre de la Terre à l'instant t, argument de l'éphéméride. Sauf indication contraire, les coordonnées apparentes sont rapportées à l'équinoxe et à l'équateur vrais de la date ou à l'équinoxe vrai et à l'écliptique moyen de la date.

Pour les étoiles, on obtient les coordonnées apparentes en faisant subir aux coordonnées données par le catalogue des transformations de précession et de nutation et en les affectant de l'aberration annuelle (*cf.* 7.1.3.2) et, éventuellement, de la parallaxe annuelle (*cf.* 7.1.3.1). Toutefois, lorsque les coordonnées du catalogue sont déjà affectées de l'aberration elliptique (*cf.* 7.1.3.3), cette quantité doit être retranchée de l'aberration annuelle lors du passage des coordonnées du catalogue aux coordonnées apparentes. Dans les catalogues publiés avant 1984, l'usage était, en effet, d'inclure les termes d'aberration elliptique dans les coordonnées des étoiles. Cet usage subsiste dans le FK4 mais a disparu dans le FK5.

Pour les planètes et les satellites, on obtient les coordonnées apparentes en faisant subir aux coordonnées barycentriques issues de la théorie des transformations de précession et de nutation et en les affectant de l'aberration planétaire (*cf.* 7.2.2.3). En première approximation, mises à part les transformations de précession-nutation, les coordonnées apparentes d'une planète ou d'un satellite à l'instant t, argument de l'éphéméride, sont obtenues en retranchant les coordonnées barycentriques de la Terre à l'instant $t - \Delta t$ des coordonnées barycentriques de la planète ou du satellite à l'instant $t - \Delta t$. Δt est le temps de lumière Terre-planète ou Terre-satellite (*cf.* 7.2.2.2). Cette approximation assimile le mouvement de la Terre entre les instants $t - \Delta t$ et t à un mouvement rectiligne uniforme.

On appelle coordonnées *astrographiques* (géocentriques) les coordonnées, rapportées à un équateur et un équinoxe fixes dont on précise l'époque, de la direction Terre-planète ou Terre-satellite obtenues en retranchant les coordonnées barycentriques de la Terre à l'instant t des coordonnées barycentriques de la planète ou du satellite à l'instant $t - \Delta t$ (*cf.* 7.2.2.4). Δt est le temps de lumière Terre-planète ou Terre-satellite (*cf.* 7.2.2.2), t est l'argument de l'éphéméride. Les coordonnées astrographiques se déduisent des coordonnées apparentes en faisant subir à ces dernières une transformation de précession-nutation et en les dépouillant de l'aberration annuelle.

On utilise enfin des coordonnées *astrométriques* (géocentriques). Depuis 1984, les coordonnées astrométriques ont la même définition que les coordonnées astrographiques (*cf.* 7.2.2.4). Avant 1984, les coordonnées astrométriques se déduisaient des coordonnées astrographiques en affectant ces dernières de l'aberration elliptique. Pour un observateur, les coordonnées astrométriques J2000 d'une planète, données par les éphémérides postérieures à 1984, sont donc directement comparables aux coordonnées des étoiles du champ fournies par le catalogue FK5, ou d'autres catalogues de même époque de référence et dont les coordonnées ne sont pas affectées de l'aberration elliptique, à condition toutefois de les affecter de l'effet des mouvements propres et de la parallaxe annuelle. Avant 1984, les coordonnées astrométriques 1950.0 étaient comparables, de la même façon, au catalogue FK4 ou aux catalogues de la même époque de référence et dont les coordonnées étaient affectées de l'aberration elliptique.

Pour les observations spatiales, on peut définir des coordonnées astrographiques ou astrométriques non géocentriques. Les définitions de ces coordonnées sont semblables aux définitions données ci-dessus (définition postérieure à 1984 pour les coordonnées astrométriques) en remplaçant la Terre par la sonde spatiale. On peut donner comme exemple les observations astrographiques de Triton et Néréïde fournies par la sonde Voyager 2 (Jacobson, 1991).

La distance, ou la parallaxe, fournie par les éphémérides n'est en général affectée d'aucun terme d'aberration. Il s'agit donc de la distance, ou de la parallaxe, géométrique à l'instant t, argument de l'éphéméride.

4.2.2. Le repère du FK4

Il est défini par les coordonnées équatoriales moyennes (ascension droite et déclinaison) et par les mouvements propres des 1535 étoiles du catalogue FK4 (Fricke et Kopff, 1963). Son plan de référence est le plan équatorial moyen de B1950.0 avec une précision estimée de $0''.02$ (Fricke, 1982a). L'origine (point zéro des ascensions droites) est l'équinoxe dynamique moyen rotationnel de la même date, avec toutefois une erreur d'environ $0^{s}.035$ (*cf.* 4.2.3). Le repère du FK4 est la matérialisation d'un système de référence céleste dynamique à travers les théories de Newcomb pour le Soleil, les planètes et la précession. En effet les positions de son équateur et de son équinoxe sont fixées par référence à des observations du Soleil et des planètes dont les éphémérides sont fournies par la théorie de Newcomb (fixant la position de l'écliptique) ainsi que par des observations d'étoiles circumpolaires (fixant la position du pôle).

La précession utilisée pour la construction du FK4 est celle de Newcomb, avec, en particulier, pour la constante de la précession en B1900.0 (date julienne 2 415 020.314) la valeur :

$$\mathcal{P}_N = 5\,025''.64 \text{ par siècle tropique.} \tag{4.2.4}$$

La valeur de l'obliquité rotationnelle en B1900.0 est également celle de Newcomb :

$$\varepsilon_N^R = 23^\circ.452\,294 = 23^\circ 27' 8''.26. \tag{4.2.5}$$

Le catalogue FK4 provient de la révision d'un catalogue précédent, le FK3, dont la construction était basée sur les mêmes principes et sur la même constante de la précession. Il n'y a pas de correction globale en ascension droite entre les deux catalogues, ce qui permet de dire que leurs équinoxes sont les mêmes. Cet équinoxe (γ_{FK4}) diffère de l'équinoxe γ_N défini par le catalogue de Newcomb (1899) par la correction, mesurée dans l'équateur (Fricke et Kopff, 1963) :

$$\gamma_{FK4}\gamma_N = -0^{\mathrm{s}}.050.$$

Le FK4 introduit par rapport au FK3 une correction globale en déclinaison nulle au pôle et donnée à l'équateur par :

$$\Delta\delta(T) = -0''.017 - 0''.097(T - 19.284),$$

où T est l'époque moyenne de la déclinaison fournie par le catalogue, voisine de l'époque moyenne des observations utilisées. T est une date exprimée en siècles.

4.2.3. Le repère du FK5

Il est représenté par les coordonnées équatoriales moyennes des 1535 étoiles du catalogue FK5 (Fricke et al., 1988). Ces étoiles sont les mêmes que celles du FK4, mais contrairement au FK4, les coordonnées du FK5 n'incluent pas l'aberration elliptique (*cf.* 7.1.3.3). Le plan de référence du catalogue FK5 est le plan équatorial moyen de J2000 et son origine l'équinoxe dynamique moyen rotationnel de la même date.

Les expressions de la précession compatibles avec le repère du FK5 sont celles de Lieske et al. (1977) données en 5.5.4. Ces expressions reposent sur la théorie du Soleil de Newcomb mais introduisent des valeurs des masses différentes et une valeur de la constante de la précession différente. La valeur de cette constante en J2000 est :

$$\mathcal{P}_L = 5\,029''.0966 \text{ par siècle julien.}$$

Elle contient la précession géodésique. Les expressions de Lieske et al. (1977) donnent pour la constante de la précession en B1900.0 :

$$\mathcal{P}_N^* = 5\,026''.767 \text{ par siècle tropique.}$$

La différence avec la constante de Newcomb est de $1''.127$ par siècle tropique ; elle résulte d'une correction à la précession luni-solaire de $1''.10 \pm 0''.15$ par siècle tropique, déterminée par Fricke (1977), et d'une correction à la précession planétaire calculée par Lieske et al. (1977). La seconde correction résulte de l'introduction de nouvelles valeurs des masses planétaires. La première correction provient d'une analyse des mouvements propres des étoiles distantes de plusieurs catalogues, incluant un modèle de rotation galactique (Fricke, 1967 et 1981) ; il s'agit donc d'une détermination cinématique de la constante de la précession, les déterminations dynamiques issues de l'analyse d'observations de planètes s'avérant moins précises (Fricke, 1977).

La valeur de l'obliquité en J2000, pour un écliptique rotationnel, est :

$$\varepsilon_0 = 23^\circ.439\,2911 = 23^\circ 26' 21''.448. \tag{4.2.6}$$

Elle est déduite de la valeur de Newcomb en B1900.0 au moyen des expressions de la précession de Lieske et al. (1977).

Mises à part les transformations dues à la précession entre B1950.0 et J2000, l'équateur du FK5 est le même que celui du FK4 mais les équinoxes des deux catalogues diffèrent. La différence est due à la correction (Fricke, 1982a) :

$$E(T) = 0.035 \pm 0.003\,\mathrm{s} + (0.085 \pm 0.010\,\mathrm{s})(T - 19.50), \tag{4.2.7}$$

où T est exprimé en siècle. La correction $E(T)$ a été déterminée, pour le terme en $(T - 19.50)$, à partir de l'analyse de mouvements propres de Fricke (1967 et 1977), d'un résultat de Van Flandern provenant de l'analyse d'occultations lunaires, et de 35 corrections d'équinoxe obtenues par différents auteurs pour des époques situées entre 1906 et 1971. Le terme constant a été déterminé à partir de 14 corrections d'équinoxe obtenues par différents auteurs en utilisant des observations du Soleil, de Mars, de petites planètes et d'occultations lunaires dont l'époque moyenne T est postérieure à 1950.0.

Lors du passage du FK4 au FK5 (Fricke et al., 1988), la correction d'équinoxe a été réalisée en ajoutant aux ascensions droites des étoiles du FK4, rapportées à B1950.0, la correction $E(19.50) = 0^{\mathrm{s}}.035$ et à leurs mouvements propres en ascension droite la correction $0^{\mathrm{s}}.085$ par siècle. Le changement de la valeur de la précession générale en longitude a été pris en compte en ajoutant aux mouvements propres en ascension droite et en déclinaison les corrections (Fricke, 1982b) :

$$\begin{aligned} \Delta\mu_\alpha &= -0.0687\,\mathrm{s} - 0.0293\,\mathrm{s}\,\sin\alpha\tan\delta, \\ \Delta\mu_\delta &= -0''.44\cos\alpha. \end{aligned}$$

Puis, après addition de corrections systématiques, fonctions des α et δ, et élimination de l'aberration elliptique, l'ensemble des positions et des mouvements propres corrigés en B1950.0 a été rapporté à J2000 à l'aide des expressions de la précession de Lieske et al. (1977), des mouvements propres et éventuellement de la vitesse radiale et de la parallaxe lorsque ces quantités étaient connues.

Les méthodes utilisées pour la détermination de la constante de la précession et, en partie, pour les corrections d'équinoxe et de mouvements propres étant basées sur un modèle de rotation galactique, le repère du FK5 appartient à un système de référence cinématique (Kovalevsky, 1991).

La précision du catalogue FK5 est estimée à $0''.02$ en position et $0''.08$ par siècle en mouvement propre (Kovalevsky, 1989).

Le repère du FK5 est le repère de référence conventionnel adopté par l'Union Astronomique Internationale en 1976.

4.2.4. Le repère de DE200/LE200

L'intégration numérique DE200/LE200 du JPL (Standish et al., 1981) fournit les coordonnées rectangulaires géocentriques de la Lune et les coordonnées barycentriques du Soleil et des planètes principales rapportées à l'équateur et l'équinoxe moyens de J2000, pour la période [1800, 2050]. Comme l'ont montré Williams et Standish (1989), le repère défini par l'éphéméride de la Lune et des quatre planètes telluriques constitue un repère dynamique indépendant des autres repères célestes, par exemple du repère du FK5. En effet, la détermination des conditions initiales de l'intégration numérique pour ces corps repose essentiellement sur des observations laser et radar, donc sur des observations dont la réduction est indépendante d'un catalogue stellaire. Par contre, elle dépend d'un modèle de précession-nutation.

Les observations du laser-Lune sont sensibles à la direction du pôle céleste des éphémérides et donc fixent la position de l'équateur céleste vrai, puis, par l'intermédiaire d'un modèle de précession-nutation, celle de l'équateur moyen d'une date donnée (Newhall et al., 1983). Ces mêmes observations sont également sensibles à la position de l'écliptique moyen de la date, à travers les perturbations du Soleil sur la Lune. Les observations radar de Mercure, Vénus et Mars sont également sensibles à la position des plans orbitaux par rapport au plan de l'écliptique. Une intégration numérique ajustée sur de telles observations permet donc de déterminer avec une bonne précision la position de l'écliptique par rapport à l'équateur et, par suite, celle de l'équinoxe dynamique.

L'intégration numérique DE200/LE200 a été obtenue à partir de l'intégration numérique DE118/LE62, elle-même ajustée sur les observations, en faisant subir à cette dernière une suite de rotations (Standish, 1982) qui ont amené son plan de référence et son origine en coïncidence avec l'équateur moyen et l'équinoxe dynamique moyen rotationnel de J2000.

L'intégration numérique DE118/LE62 était rapportée à l'équateur moyen de B1950.0, supposé le même que celui défini par le FK4 et le FK5. Par ailleurs, par suite de la présence dans l'ajustement d'un grand nombre d'observations optiques réduites dans le système FK4, son origine était voisine de celle du FK4.

La détermination de l'équinoxe dynamique moyen rotationnel de DE118/LE62 en B1950.0 a été faite par comparaison à l'équinoxe dynamique moyen rotationnel d'une intégration numérique antérieure du JPL, DE102/LE51 (Newhall et al., 1983), qui couvrait un intervalle de temps considérablement plus long. La position de l'équinoxe dynamique moyen inertiel de DE102/LE51 a été obtenue par une méthode voisine de l'analyse harmonique, en séparant les termes périodiques des termes séculaires dans l'ascension droite du nœud de l'écliptique osculateur sur l'équateur de référence. Cet écliptique était défini comme le plan orthogonal au moment cinétique du barycentre Terre-Lune. Une telle méthode n'a été possible que grâce à la longueur de l'intervalle de temps couvert par DE102 (plus de 44 siècles). L'équinoxe dynamique moyen rotationnel de DE102/LE51 a été déduit de l'équinoxe dynamique moyen inertiel par la formule (4.2.1). Au terme de cette étude, la longueur de l'arc de l'équateur moyen B1950.0 séparant l'origine (γ_{118}) de DE118/LE62, de l'équinoxe moyen dynamique rotationnel B1950.0 (γ_{118}^R) de cette même intégration numérique, a été trouvée égale à :

$$\gamma_{118}^R\gamma_{118} = 0''.531\,55.$$

Cette valeur est très proche de la correction $E(19.50)$ à l'équinoxe du FK4 donnée par (4.2.7) car le repère du FK4 est très proche de celui de DE118/LE62.

La matrice de rotation faisant passer de DE118/LE62 à DE200/LE200 est le produit d'une matrice de rotation d'angle $-0''.531\,60 \simeq \gamma_{118}\gamma_{118}^R$ autour de l'axe polaire, d'une matrice de précession entre B1950.0 et J2000 utilisant les expressions de Lieske et al. (1977) et d'une matrice de rotation différentielle corrigeant la position de l'équinoxe de DE200/LE200 de $0''.000\,73$. Par suite, l'équateur de référence de DE200/LE200 peut être confondu avec celui du FK5 et son origine, l'équinoxe dynamique rotationnel γ_{200}^R, est très voisine de celle du FK5.

Une méthode analogue à la détermination de l'équinoxe dynamique a permis de déterminer l'obliquité de l'écliptique en J2000 selon DE200/LE200 (Standish, 1982). La valeur, au sens rotationnel, est :

$$\varepsilon_{200}^{R} = 23^\circ.439\,281\,083 = 23^\circ 26' 21''.411\,90. \tag{4.2.8}$$

Cette valeur diffère de $0''.0361$ de la valeur du FK5 donnée par (4.2.6), adoptée par l'Union Astronomique Internationale en 1976.

4.2.5. Le repère de VSOP82 et ELP 2000

Le plan de référence des théories de la Lune et des planètes utilisées depuis 1984 dans la *Connaissance des Temps* est le plan de l'écliptique moyen inertiel de J2000 et l'origine est l'équinoxe dynamique moyen inertiel de J2000.

Pour la théorie de la Lune, le plan de référence naturel est l'écliptique moyen de la date ; le passage à l'écliptique moyen de J2000 (Chapront-Touzé et Chapront, 1983) utilise des expressions tirées de la théorie VSOP82 du barycentre Terre-Lune (Bretagnon, 1982).

Dans la mesure où les constantes d'intégration des théories du Bureau des longitudes ont été obtenues par ajustement sur DE200/LE200, leur équinoxe dynamique moyen inertiel en J2000 (γ^I) est l'intersection de l'équateur de référence de DE200/LE200 et de l'écliptique moyen inertiel en J2000 défini par la théorie VSOP82 pour le barycentre Terre-Lune, plan de référence des théories.

Les ajustements sur DE200/LE200 ont fourni des déterminations de l'arc $\gamma_{200}^R \gamma_{VSOP}^I$ (ou $\gamma_{200}^R \gamma_{ELP}^I$) mesuré dans l'équateur de DE200/LE200 et de l'inclinaison ε_{VSOP}^I (ou ε_{ELP}^I) de l'écliptique moyen inertiel des théories en J2000 sur l'équateur de DE200/LE200. L'indice VSOP ou ELP indique que la détermination provient de l'ajustement de la théorie des planètes ou de celui de la théorie de la Lune. Les valeurs trouvées sont :

$$\begin{aligned} \gamma_{200}^R \gamma_{VSOP}^I &= -0''.0930, \\ \gamma_{200}^R \gamma_{ELP}^I &= -0''.092\,45 \pm 0''.000\,16, \\ \varepsilon_{VSOP}^I &= 23^\circ.439\,280\,31 = 23^\circ 26' 21''.4091, \\ \varepsilon_{ELP}^I &= 23^\circ.439\,280\,231 = 23^\circ 26' 21''.408\,83 \pm 0''.000\,06. \end{aligned} \tag{4.2.9}$$

En appliquant à γ^I et ε^I les corrections faisant passer du système inertiel au système rotationnel (indice supérieur R), on obtient :

$$\begin{aligned} \gamma_{200}^R \gamma_{VSOP}^R &= 0''.000\,66, \\ \gamma_{200}^R \gamma_{ELP}^R &= 0''.001\,21, \\ \varepsilon_{VSOP}^R - \varepsilon_{200}^R &= 0''.000\,54, \\ \varepsilon_{ELP}^R - \varepsilon_{200}^R &= 0''.000\,27. \end{aligned} \tag{4.2.10}$$

Les déterminations, aussi bien de l'équinoxe dynamique que de l'obliquité, obtenues à l'aide de solutions analytiques au Bureau des longitudes confirment les déterminations faites par Standish (1982) à l'aide d'intégrations numériques et on peut considérer que les repères des théories VSOP82 et ELP 2000 et de l'intégration numérique DE200/LE200 sont les mêmes, à la précision avec laquelle ils sont définis.

En utilisant la valeur (Standish, 1982) :

$$\gamma_{200}^{R}\gamma_{FK5} = 0''.006, \tag{4.2.11}$$

inférieure à la précision de définition de γ_{FK5}, on obtient :

$$\gamma_{FK5}\gamma_{VSOP}^{I} = -0''.0990. \tag{4.2.12}$$

4.2.6. Les repères de référence en construction

L'Union Astronomique Internationale prévoit de remplacer, dans un avenir proche, son repère de référence conventionnel actuel, défini par le catalogue FK5, par un repère défini à partir de radio-sources compactes extragalactiques, fournissant une matérialisation plus précise d'un système de référence cinématique.

C'est dans cette optique que le système céleste de l'IERS (International Earth Rotation Service) a été construit au cours de ces dernières années et continue à être amélioré. Il est matérialisé (Arias et Feissel, 1990 ; Feissel, 1991) par les positions en J2000 de 228 radio-sources obtenues à partir de plusieurs catalogues d'observations VLBI (Very Long Base Interferometry). D'après Arias et Feissel (1990), ce repère diffère de celui du FK5 en J2000 par moins de $0''.04$ sur la position du pôle et $0''.005$ sur la position de l'origine.

Les radio-sources très lointaines (Ma, 1989), distantes souvent de plus de 1000 Mpc, présentent en effet sur les étoiles l'avantage de ne pas avoir de mouvements propres décelables à la précision actuelle des mesures. Par ailleurs, les techniques modernes, comme le VLBI ou le VLA (Very Large Array), permettent d'établir des catalogues de ces radio-sources avec une très grande précision, la difficulté étant de trouver un grand nombre d'objets à la fois de dimensions faibles et d'intensité radio suffisante, réalisant une couverture uniforme du ciel.

Le plan de référence d'un catalogue extra-galactique (Ma et Shaffer, 1991) est le plan de l'équateur céleste moyen d'une date de référence choisie parmi les dates d'observation. L'origine des ascensions droites est fixée arbitrairement à partir d'observations optiques d'une ou plusieurs radio-sources pour lesquelles de telles observations sont possibles, soit en imposant à l'ascension droite d'une radio-source du catalogue une valeur issue des observations optiques (donc rattachée à un catalogue, FK4 ou FK5), soit en moyennant les positions de plusieurs radio-sources. Les erreurs sur le modèle de précession-nutation sont éliminées au cours de la réduction des observations radio, soit en déterminant des corrections journalières à la position du pôle, soit en ajustant certains des paramètres de la précession et de la nutation. D'après Ma et Shaffer (1991), on peut espérer réaliser très prochainement un repère extra-galactique basé sur les observations VLBI avec une stabilité de $0''.001$ sur une période de 10 ans ou plus.

Un autre type de matérialisation très précise d'un système de référence cinématique est en cours de construction à partir des observations d'étoiles par le satellite Hipparcos. Ces observations ont l'avantage d'être indépendantes de l'orientation de la Terre, donc de tout modèle de précession-nutation. Le catalogue Hipparcos dépend de six paramètres indéterminés, dont trois fixent les positions du plan de référence et de l'origine des ascensions droites et trois sont relatifs aux mouvements propres. Ces paramètres sont choisis de telle sorte que le repère de référence Hipparcos soit proche de celui du FK5 (Kovalevsky, 1989).

La création de nouveaux repères de référence pose le problème de leur lien avec les anciens repères. Des études très poussées sont faites actuellement pour les repères de référence extragalactiques (Dickey, 1989), soit en comparant des coordonnées issues d'observations optiques, donc rattachées au FK4 ou au FK5, à des coordonnées issues d'observations radio pour les mêmes radiosources, soit en comparant des coordonnées issues d'observations radio à des coordonnées issues du chronométrage pour un même pulsar. Ces dernières sont rattachées à un repère de référence dynamique, celui de DE200/LE200 par exemple, par l'intermédiaire de l'orbite terrestre. Pour le repère Hipparcos, les observations de petites planètes par le satellite devraient permettre la comparaison à un repère de référence dynamique (Morando et Bec-Borsenberger, 1990), tandis que les observations de radio-étoiles par le satellite et par VLBI devraient permettre la comparaison à un repère de référence extragalactique (Arias et Lestrade, 1991).

4.3. LES COORDONNÉES PUBLIÉES DANS LA CONNAISSANCE DES TEMPS

4.3.1. Éphémérides de la Lune, du Soleil et des planètes principales

La *Connaissance des Temps* fournit des coordonnées de la Lune, du Soleil et des planètes, Mercure, Vénus, Mars, Jupiter, Saturne, Uranus, Neptune, soit géocentriques (Lune, planètes, Soleil), soit héliocentriques (planètes), calculées à partir des théories du Bureau des longitudes (*cf.* 8). Ces théories sont construites dans le système de référence barycentrique BRS (*cf.* 4.1.1.2) et leur argument temps est le TDB défini en 3.8.

Lorsqu'elles sont rapportées à l'écliptique ou l'équateur et à l'équinoxe moyens J2000, les coordonnées publiées, qu'elles soient dites "géocentriques" (Soleil) ou "héliocentriques" (planètes), sont des coordonnées spatiales d'un système de référence barycentrique BRS. Elles sont en effet calculées à partir des différences des coordonnées spatiales BRS du corps représenté et du corps de référence. Toutefois, selon la recommandation de l'Union Astronomique Internationale, l'argument des éphémérides géocentriques est le Temps terrestre TT déduit du TDB par les formules données en 3.9.

Par suite de l'introduction de la précession géodésique dans les expressions de la précession données en 5.5, celles-ci, jointes aux expressions de la nutation données en 5.6, représentent en première approximation la précession-nutation dans un BRS (Brumberg, 1995). Les coordonnées géocentriques rapportées à l'équinoxe et à l'équateur vrais de la date qui sont publiées, sont calculées à partir de ces expressions et des coordonnées décrites dans le paragraphe 4.2.1. Elles se rapportent donc également à un BRS. Pour ces éphémérides l'argument est le Temps terrestre TT.

Du point de vue des repères de référence, les plans de référence et les équinoxes auxquels sont rapportées les coordonnées publiées (équinoxe et plan équatorial moyens J2000, équinoxe et plan équatorial vrais de la date, équinoxe et plan de l'écliptique moyens J2000) sont définis à partir du repère du FK5 conformément aux conventions de l'Union Astronomique Internationale en 1976, et non à partir du repère des théories.

4.3.1.1. Coordonnées rapportées à l'équinoxe et à l'équateur moyens de J2000

Le plan de référence et l'origine sont ceux du FK5. Les coordonnées rectangulaires dans ce système d'axes, représentées par la matrice colonne x_{FK5}, sont obtenues à partir des coordonnées rectangulaires rapportées à l'écliptique et à l'équinoxe dynamique moyens inertiels J2000 du repère des théories, représentées par la matrice colonne x_{th}, au moyen de la transformation matricielle suivante (Francou et al., 1983) :

$$x_{FK5} = M x_{th},$$

avec

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0.000\,000\,440\,291 & -0.000\,000\,190\,889 \\ -0.000\,000\,479\,890 & 0.917\,482\,137\,123 & -0.397\,776\,982\,818 \\ 0 & 0.397\,776\,982\,818 & 0.917\,482\,137\,123 \end{pmatrix}.$$

Cette transformation est le produit d'une rotation autour de l'axe des équinoxes de l'angle $-\varepsilon^I_{VSOP}$ donné par (4.2.9) par une rotation autour de l'axe polaire de l'angle $\gamma^I_{VSOP}\gamma_{FK5}$ défini par (4.2.12).

4.3.1.2. Coordonnées rapportées à l'équinoxe et à l'équateur vrais de la date

L'équinoxe et l'équateur vrais de la date se déduisent de l'équateur et de l'équinoxe du FK5 par le produit d'une transformation de précession (matrice P) par une transformation de nutation (matrice N). Donc les coordonnées rapportées à l'équinoxe et à l'équateur vrais de la date (x_v) se déduisent des coordonnées fournies par les théories au moyen de la relation :

$$x_v = NPMx_{th}.$$

La matrice P est calculée à l'aide des expressions de Lieske et al. (1977) et la matrice N est calculée à l'aide de la théorie de Wahr (1981).

4.3.1.3. Coordonnées rapportées à l'équinoxe et à l'écliptique moyens de J2000

Le plan de l'écliptique moyen conventionnel en J2000 se déduit du plan de référence du FK5 par une rotation autour de l'axe des équinoxes de l'angle ε_0 donné par (4.2.6). Donc si E désigne la matrice d'une telle rotation, les coordonnées considérées (x_M) sont déduites des coordonnées fournies par les théories par la relation :

$$x_M = EMx_{th}.$$

On a :

$$EM = \begin{pmatrix} 1 & 0.000\,000\,440\,291 & -0.000\,000\,190\,889 \\ -0.000\,000\,440\,291 & 1 & 0.000\,000\,188\,593 \\ 0.000\,000\,190\,889 & -0.000\,000\,188\,593 & 1 \end{pmatrix}.$$

4.3.2. Éphémérides de Pluton et des petites planètes

La *Connaissance des Temps* fournit pour ces corps des coordonnées astrométriques géocentriques rapportées à l'équinoxe et l'écliptique moyens de J2000. Le qualificatif astrométrique implique des corrections d'aberration qui sont définies en 4.2.1. L'écliptique et l'équinoxe moyens en J2000 sont définis comme dans le paragraphe précédent.

Les coordonnées de Pluton sont déduites des coordonnées fournies par l'intégration numérique DE200/LE200 en effectuant une rotation autour de l'axe des pôles de l'angle $\gamma_{200}^{R}\gamma_{FK5}$ défini par (4.2.11), puis une rotation autour de l'axe des équinoxes de l'angle ε_0 défini par (4.2.6).

4.3.3. Éphémérides des satellites naturels des planètes

Les satellites naturels des planètes se répartissent en deux catégories pour lesquelles on fournit des coordonnées de natures différentes.

Il y a d'une part les satellites qui s'éloignent beaucoup de leur planète et qui se déplacent en général lentement (périodes de plus de 3 mois). Leurs positions absolues sont données en ascension droite et en déclinaison de la même manière que les planètes ou les astéroïdes (*cf.* 4.3.1).

Il y a d'autre part les satellites rapides (périodes inférieures à 3 mois) ayant des orbites proches de la planète. Les positions de ces satellites sont alors données par rapport à la planète elle-même et ne sont plus des positions absolues mais des positions *relatives*.

Coordonnées relatives

Pour les systèmes de satellites rapides, la *Connaissance des Temps* donne les coordonnées de chaque satellite par rapport à la planète. Ces coordonnées peuvent être données sous forme de différences d'ascensions droites et de déclinaisons, de différences angulaires comptées positivement vers l'est et vers le nord sur des cercles de la sphère céleste (*coordonnées différentielles*) ou bien sous forme de *coordonnées tangentielles* a priori sans dimension dans le plan tangent à la sphère céleste mené par le centre de la planète de référence (projection gnomonique). C'est cette dernière forme qui a été choisie car les positions ainsi définies sont directement comparables aux observations photographiques ou CCD (observations réalisées sur un récepteur plan). On passe aisément aux autres formes de ces coordonnées au moyen des formules qui sont données ci-après. Il est à noter que ces coordonnées sont géocentriques, c'est-à-dire calculées pour un observateur situé au centre de la Terre (l'effet de parallaxe diurne qui fait passer des coordonnées géocentriques aux coordonnées topocentriques est inférieur à $0''.01$ comme le montre la table 4.3.1), astrographiques J2000 et rapportées au repère du FK5 pour l'orientation des plans de référence. Si α, δ sont les coordonnées équatoriales d'un satellite et α_p, δ_p les coordonnées équatoriales de la planète, alors, les coordonnées tangentielles X et Y publiées dans l'éphéméride sont égales à :

$$X = \frac{\cos\delta\, \sin(\alpha-\alpha_p)}{\sin\delta\, \sin\delta_p + \cos\delta\, \cos\delta_p\, \cos(\alpha-\alpha_p)}$$

$$Y = \frac{\sin\delta\, \cos\delta_p - \cos\delta\, \sin\delta_p\, \cos(\alpha-\alpha_p)}{\sin\delta\, \sin\delta_p + \cos\delta\, \cos\delta_p\, \cos(\alpha-\alpha_p)}.$$

Table 4.3.1. Valeurs maximales des corrections qui peuvent être introduites dans les éphémérides des satellites. Influence sur les distances.

	Valeur maximale de la correction	Conservation des distances à la planète	Conservation des distances entre satellites
Précession 1950.0/J2000	$1''.1$	Oui	Oui
Passage du FK4 au FK5 (correction d'équinoxe)	$0''.001$	Oui	Oui
Nutation	$0''.01$	Oui	Oui
Aberration annuelle	$0''.03$	Non	Non
Passage du repère tangentiel au repère différentiel	$0''.3$	Non	Non
Différence de temps de lumière entre la planète et les satellites	$0''.015$	Non	Non
Éphéméride planétaire (DE102, DE200, BDL82, Le Verrier)	$0''.002$	Oui	Oui
Déviation relativiste de la lumière par la planète	$0''.025$	Non	Non
Passage des coordonnées topocentriques aux coordonnées géocentriques	$0''.01$	Non	Non
Passage du centre de la planète au barycentre du système planétaire	$0''.1$	Non	Oui
Erreur due à la théorie du mouvement des satellites			
– erreur interne (développement de la théorie)	$0''.001$	Non	Non
– erreur externe (ajustement des constantes sur les observations)	$> 0''.1$	Non	Non

L'axe des X est pris tangent au parallèle $\delta = \delta_p$ et orienté selon les ascensions droites croissantes (coordonnées comptées positivement vers l'est) ; l'axe des Y est pris tangent au cercle horaire $\alpha = \alpha_p$ et orienté selon les déclinaisons croissantes (coordonnées comptées positivement vers le nord). Puisque $(\alpha - \alpha_p)$ et $(\delta - \delta_p)$ sont toujours petits, on peut développer selon les puissances de $\Delta\alpha = \alpha - \alpha_p$ et de $\Delta\delta = \delta - \delta_p$. On a ainsi :

$$\begin{aligned} X &= \Delta\alpha \cos\delta_p - \Delta\alpha\Delta\delta \sin\delta_p + \cdots \\ Y &= \Delta\delta + \frac{1}{2}(\Delta\alpha)^2 \sin\delta_p \cos\delta_p + \cdots \end{aligned} \tag{4.3.1}$$

On peut inverser ces formules et on obtient :

$$\begin{aligned} \Delta\alpha &= \frac{X}{\cos\delta_p} + XY\,\frac{\tan\delta_p}{\cos\delta_p} + \cdots \\ \Delta\delta &= Y - \frac{1}{2}X^2 \tan\delta_p + \cdots \end{aligned} \tag{4.3.2}$$

Ainsi, on peut obtenir facilement les différences d'ascension droite et de déclinaison entre un satellite et la planète pour les besoins d'observations angulaires (micromètres, observations méridiennes, ...).

X et Y sont a priori des grandeurs sans dimension mais sous la forme (4.3.1) ils sont homogènes à des différences angulaires et on les donne, dans les éphémérides, en secondes de degré. Pour obtenir les valeurs mesurées sur le cliché observé, il faut convertir en radian X et Y donnés par les éphémérides (en les divisant par 206 264.806 25, nombre de secondes de degré dans un radian), puis les multiplier par la distance focale de l'instrument utilisé.

Les dates correspondant à une position donnée par l'éphéméride sont les dates d'arrivée du signal lumineux à l'observateur (situé au centre de la Terre). Ainsi, la configuration apparente ne correspond pas à la configuration géométrique du système des satellites : le temps de lumière est en effet différent pour chacun des satellites, et aussi pour la planète elle-même.

Les éphémérides utilisées pour les planètes sont issues des éphémérides BDL82. Bien que nous publiions des coordonnées relatives, la position de la planète a une influence sur la position des satellites (temps de lumière, projection tangentielle, ...). L'utilisation d'une autre éphéméride pour la détermination de la position de la planète pourra amener un écart de $0''.002$ au plus dans la position relative des satellites.

L'influence de la déviation relativiste de la lumière, qu'elle provienne du Soleil ou de la planète, a été négligée dans les éphémérides.

La table 4.3.1 donne les valeurs maximales des corrections que l'on pourra être amené à introduire dans le calcul des positions des satellites. Ces valeurs maximales ne sont atteintes que dans certaines configurations des satellites de Jupiter puisqu'elles dépendent surtout de l'éloignement apparent des satellites et de la planète. Outre la valeur maximale de certains effets sur le calcul des positions tangentielles des satellites, la table 4.3.1 indique également si ces effets ont de l'influence sur les distances à la planète ou entre les satellites eux-mêmes.

4.4. PASSAGE D'UN REPÈRE DE RÉFÉRENCE CÉLESTE À UN REPÈRE DE RÉFÉRENCE TERRESTRE

4.4.1. Introduction

La réduction de toute observation d'un objet céleste : étoile, quasar, planète, etc..., effectuée depuis la Terre, exige une transformation qui fait passer des coordonnées de l'objet dans le repère céleste aux coordonnées de ce même objet dans le repère terrestre où l'on connaît les coordonnées de la station d'observation.

Cette transformation de coordonnées s'effectue en deux étapes ; la première étape, passage du barycentre du système solaire au centre de masse de la Terre, prend en compte les effets de parallaxe (pour les étoiles) et d'aberration à la date d'observation, ce qui permet de passer des coordonnées données par un catalogue ou une éphéméride aux coordonnées apparentes (*cf.* 7.1 et 7.2) ; la deuxième étape, passage des coordonnées géocentriques dans le repère céleste aux coordonnées géocentriques dans le repère terrestre, prend en compte la rotation de la Terre autour de son centre de masse à la date d'observation. Le but de ce chapitre est de donner l'expression de la transformation permettant le passage du repère céleste géocentrique au repère terrestre géocentrique, qu'il faut utiliser dans les réductions d'observations.

Les directions d'étoiles ou de quasars observées depuis la Terre à une certaine date se rapportent directement à l'axe de rotation de la Terre, ou plus exactement, à l'axe du CEP à cette date (*cf.* 6.3.2). On introduit ainsi, afin d'exprimer au mieux les quantités observées au cours des réductions d'observations, un repère céleste intermédiaire : c'est un repère instantané qui a pour axe des z l'axe du CEP. Il est obtenu à partir des coordonnées des directions des objets célestes prises dans un catalogue réalisant un système de référence céleste. On passe d'abord des axes de ce catalogue aux axes du repère équatorial moyen à l'époque de référence t_o par une rotation indépendante du temps. On effectue ensuite une rotation pour passer du repère équatorial moyen de l'époque t_o au repère instantané lié au CEP et animé du mouvement de précession et de nutation. L'axe des x de ce repère intermédiaire est arbitraire, les ascensions droites d'étoiles ou de quasars étant déterminées de façon relative. Pour exprimer les coordonnées de la direction d'un astre dans le repère terrestre il faut ensuite tenir compte de l'angle de rotation de la Terre dans l'espace autour de l'axe du CEP ainsi que du déplacement de ce pôle par rapport à la Terre.

Si l'on désigne par $[CRS]$ et $[TRS]$ les matrices colonnes des coordonnées rectangulaires d'un vecteur dans les repères céleste et terrestre, respectivement, on peut ainsi écrire, les deux repères étant supposés directs :

$$[TRS] = W(t)\ R(t)\ NP(t)\ [CRS], \tag{4.4.1}$$

expression dans laquelle les matrices de transformation W, R, NP tiennent compte des effets suivants :

– le *mouvement du pôle*, ou déplacement du CEP par rapport au repère terrestre, dans $W(t)$;

– l'angle de rotation de la Terre dans l'espace autour de l'axe du CEP, c'est-à-dire le long de l'équateur de la date, dans $R(t)$;

– le déplacement céleste du CEP, c'est-à-dire la précession-nutation ainsi que l'écart entre le repère équatorial moyen de l'époque de référence et le repère céleste, dans $NP(t)$.

Les instants d'observation étant exprimés en jour, soit dans l'échelle TAI, soit dans l'échelle TDB, on a :

$$t = (\mathrm{TAI} - 2\,451\,545)/36\,525 \approx (\mathrm{TDB} - 2\,451\,545)/36\,525.$$

Il existe deux options équivalentes pour la transformation (4.4.1) suivant l'origine utilisée pour compter l'angle de rotation de la Terre, soit l'équinoxe (expression classique), soit l'*origine non-tournante*, définie par Guinot en 1979 (*cf.* 6.5.4).

4.4.2. Expression classique de la transformation

Expression des matrices de rotation

Notons W', R', NP' les matrices de transformation W, R, NP lorsque l'on utilise la représentation classique pour (4.4.1). Soit G le centre de masse de la Terre et supposons l'axe des x du repère céleste intermédiaire dirigé vers l'équinoxe vrai de la date. Désignons par x_p et y_p les coordonnées terrestres du pôle céleste des éphémérides définies en 6.3.2. Du fait de la proximité de l'axe des z du repère terrestre et de l'axe du CEP, ces coordonnées, appelées *coordonnées du pôle*, sont des coordonnées angulaires différentielles par rapport au pôle terrestre origine ; par convention, elles sont comptées respectivement, le long du méridien terrestre origine, positivement vers Greenwich pour x_p et le long d'un axe perpendiculaire à ce méridien, positivement vers la longitude 90° ouest pour y_p.

$W'(t)$, matrice qui permet de tenir compte du mouvement du pôle dans la Terre, est le produit de deux matrices de rotation (autour de l'axe Gy pour la coordonnée x_p, et de l'axe Gx pour la coordonnée y_p). Elle a pour expression :

$$W'(t) = R_2(-x_p)R_1(-y_p). \tag{4.4.2}$$

$R'(t)$ est une matrice de rotation autour de l'axe du pôle qui permet de tenir compte de l'angle de rotation de la Terre dans l'espace. Elle s'écrit, GST (Greenwich Sidereal Time) désignant le temps sidéral vrai :

$$R'(t) = R_3(\mathrm{GST}). \tag{4.4.3}$$

$NP'(t)$, produit de différentes matrices de rotation, permet de tenir compte du déplacement de l'équateur et de l'équinoxe par suite de la nutation et de la précession. Ces transformations sont généralement prises en compte par un ensemble de trois rotations pour la précession (*cf.* 4.5.4) et un ensemble de trois rotations pour la nutation (*cf.* 4.5.7) :

$$NP'(t) = \underbrace{R_1(-\varepsilon_A - \Delta\varepsilon)R_3(-\Delta\psi)R_1(\varepsilon_A)}_{\text{nutation}}\ \underbrace{R_3(-z_A)R_2(\theta_A)R_3(-\zeta_A)}_{\text{précession}}. \tag{4.4.4}$$

Dans (4.4.4) ε_A, z_A, θ_A et ζ_A sont des quantités liées à la précession définies en 5.5.2., $\Delta\varepsilon$ et $\Delta\psi$ sont les nutations en obliquité et en longitude rapportées à l'équateur et à l'équinoxe moyens de la date définies en 5.6.1. Les expressions des matrices R_1, R_2, R_3 sont données en 4.5.1.2.

Valeurs standard à utiliser pour les paramètres

Les coordonnées du pôle x_p et y_p à la date t, à utiliser dans la matrice $W'(t)$, sont fournies par les circulaires de l'IERS. La valeur de la quantité GST, à la date t, à utiliser dans la matrice $R'(t)$, s'obtient en utilisant les formules (4.4.5), (4.4.6) et (4.4.7). Les formules (4.4.5) et (4.4.6) issues d'Aoki et al. (1982) donnent l'expression du temps sidéral moyen GMST (Greenwich Mean Sidereal Time) à 0 h UT1, puis à la date t en UTC :

$$\mathrm{GMST}_{0\mathrm{h\,UT1}} = 6\,\mathrm{h}\,41\,\mathrm{min}\,50.548\,41\,\mathrm{s} + 8\,640\,184.812\,866\,\mathrm{s}\,T'_u + 0.093\,104\,\mathrm{s}\,T'^2_u - 6.2\,\mathrm{s}\times 10^{-6}\,T'^3_u, \tag{4.4.5}$$

où $T'_u = d'_u/365\,25$, d'_u étant le nombre de jours écoulés depuis le 1 janvier 2000 à 12 h UT1 (date julienne 2 451 545) jusqu'à 0 h UT1 du jour de l'observation ;

$$\mathrm{GMST} = \mathrm{GMST}_{0\mathrm{h\,UT1}} + r[(\mathrm{UT1}-\mathrm{UTC}) + \mathrm{UTC}], \tag{4.4.6}$$

avec

$$r = 1.002\,737\,909\,350\,795 + 5.900\,6\times 10^{-11}T'_u - 5.9\times 10^{-15}T'^2_u,$$

la valeur de UT1 − UTC étant fournie par l'IERS (*cf.* 3.5).

La formule (4.4.7), issue d'Aoki et Kinoshita (1983), donne la valeur de GST à la date t :

$$\mathrm{GST} = \mathrm{GMST} + \Delta\psi\cos\varepsilon_A + 0''.002\,64\sin\Omega + 0''.000\,06\sin 2\Omega, \tag{4.4.7}$$

où Ω est la longitude moyenne du nœud ascendant de l'orbite de la Lune sur l'écliptique, rapportée à l'équinoxe moyen de la date.

L'écart GST − GMST est appelé *équation des équinoxes* (Woolard, 1953).

Notons que si l'on pose, pour la date t, d_u = date julienne UT1− 2 451 545 et $T_u = d_u/365\,25$, on peut exprimer, à partir de (4.4.5) et (4.4.6), GMST comme fonction uniforme de T_u :

$$\begin{aligned}\mathrm{GMST} = {} & \text{partie décimale de } d_u \times 24\,\mathrm{h} + 18\,\mathrm{h}\,41\,\mathrm{min}\,50.548\,41\,\mathrm{s} + 8\,640\,184.812\,866\,\mathrm{s}\,T_u \\ & + 0.093\,104\,\mathrm{s}\,T_u^2 - 6.2\,\mathrm{s}\times 10^{-6}\,T_u^3.\end{aligned}$$

Les valeurs numériques des angles de nutation $\Delta\psi$ et $\Delta\varepsilon$ à la date t sont obtenues à partir de la table 5.2. Pour les observations exigeant une précision de l'ordre de $10^{-3''}$, il faut ajouter à ces valeurs conventionnelles, les valeurs IERS (observées ou prédites) des corrections $d\psi$ et $d\varepsilon$. Les valeurs des quantités ε_A, z_A, θ_A et ζ_A sont données dans les formules (5.5.12) ou (5.5.15).

4.4.3. Expression de la transformation utilisant l'origine non-tournante

Le choix de l'équinoxe vrai de la date comme origine sur l'équateur instantané est dû à des raisons historiques. Une origine des coordonnées célestes définie à partir de mesures de positions d'étoiles dérive dans le temps du fait de la mauvaise connaissance des mouvements propres. C'est pourquoi on a préféré, dans le passé, déterminer cette origine à partir des mouvements des corps du système solaire dont la théorie fait tout naturellement intervenir l'écliptique et l'équinoxe. L'usage de l'équinoxe dans la réduction d'observations n'a par contre aucun intérêt particulier lorsque ces observations ne sont pas directement sensibles à la position de l'écliptique (observations d'étoiles, de quasars, de satellites artificiels, ...) et l'axe des x du repère intermédiaire de la date peut alors être choisi indépendamment de l'équinoxe ; le choix d'un axe dirigé vers l'origine non-tournante (Non Rotating Origin, NRO) permet alors de clarifier les concepts intervenant dans la transformation (4.4.1) et d'améliorer l'exactitude de ses différentes composantes. Cette origine est définie au chapitre 6.

Expression des matrices de rotation relatives à la NRO

Notons W'', R'', NP'' les matrices de transformation W, R, NP lorsque l'on utilise l'origine non-tournante pour (4.4.1). Soient d et E les coordonnées sphériques du CEP dans le système de référence céleste et $X = \sin d \cos E$, $Y = \sin d \sin E$, $Z = \cos d$ ses cosinus directeurs. La définition cinématique de la NRO introduit la quantité s :

$$s = -\frac{1}{2}\int_{t_0}^{t}(X\dot{Y} - Y\dot{X})\,\mathrm{d}t, \tag{4.4.8}$$

qui représente le déplacement angulaire, entre l'époque t_o et la date t, de la NRO sur l'équateur instantané par rapport à l'équinoxe moyen de l'époque, du fait de la précession et de la nutation. De même, la définition d'une origine non tournante par rapport au repère terrestre amène à définir la quantité s' représentant le déplacement angulaire de la NRO terrestre sur l'équateur instantané du fait du mouvement du pôle dans la Terre. On obtient l'expression de s' en remplaçant X et Y dans (4.4.8) par les coordonnées du pôle x_p et $-y_p$; cette rotation se compose avec les deux rotations classiques qui permettent de tenir compte du mouvement du pôle, ce qui donne :

$$W''(t) = R_2(-x_p)R_1(-y_p)R_3(s' - x_p y_p/2), \tag{4.4.9}$$

La définition de l'angle stellaire, θ, se rapportant au concept d'origine non-tournante, permet d'écrire :

$$R''(t) = R_3(\theta), \qquad \text{avec} \qquad \theta = \theta_0 + k\,(\mathrm{UT1} - \mathrm{UT1}_0), \tag{4.4.10}$$

où k est le coefficient de proportionnalité entre l'angle stellaire et le temps universel et l'indice 0 désigne l'époque de référence t_o. L'effet total du déplacement céleste de l'axe du CEP se traduit par la matrice de rotation :

$$NP''(t) = R_3(-s)R_3(-E)R_2(d)R_3(E) = R_3(-s)M(t), \tag{4.4.11}$$

avec $M(t) = R_3(-E)R_2(d)R_3(E)$. On peut également écrire $M(t)$ sous la forme d'une matrice de transformation faisant intervenir seulement les deux paramètres X et Y :

$$M(t) = \begin{pmatrix} 1 - aX^2 & -aXY & -X \\ -aXY & 1 - aY^2 & -Y \\ X & Y & 1 - a(X^2 + Y^2) \end{pmatrix}, \tag{4.4.12}$$

où a est défini par $a = 1/(1 + \cos d)$.

Valeurs standard à utiliser pour les paramètres

Les coordonnées du pôle x_p et y_p à la date t, à utiliser dans la matrice $W''(t)$, sont fournies par l'IERS. La quantité s', qui est de l'ordre de $10^{-4''}$ au bout d'un siècle, peut généralement être négligée ; pour des calculs exigeant une précision de l'ordre de $10^{-4''}$ sur la rotation de la Terre, elle peut être calculée en utilisant les valeurs fournies par l'IERS pour les amplitudes a_c et a_a du terme de Chandler et du terme annuel du mouvement du pôle à l'époque du calcul ; elle s'écrit alors, en exprimant les amplitudes en secondes de degré et t en siècles :

$$s' = 0''.0015\,(a_c^2/1.2 + a_a^2)\,t. \tag{4.4.13}$$

La valeur de l'angle stellaire en radians, à la date t, à utiliser dans la matrice $R''(t)$, s'obtient en utilisant l'expression (Capitaine et al., 1986) :

$$\theta(d_u) = 2\pi\,(0.779\,057\,273\,264 + 1.002\,737\,811\,911\,354\,48\;d_u), \tag{4.4.14}$$

où d_u = date julienne UT1 $-$ 2 451 545.0, et UT1 = UTC+(UT1$-$UTC), la valeur de UT1$-$UTC à la date t étant fournie par l'IERS.

Les développements des coordonnées X et Y du pôle céleste des éphémérides à la date t dans le repère équatorial moyen J2000 sont donnés dans la table 6.1. Pour les observations exigeant une précision de l'ordre de $10^{-3''}$, il faut ajouter à ces valeurs, les corrections en position du pôle céleste, $dX = d\psi\,\sin\varepsilon$ et $dY = d\varepsilon$, diffusées par l'IERS.

On en déduit le développement suivant de la quantité s, avec une exactitude de $5\times10^{-5''}$ au bout d'un siècle sous la forme (Capitaine, 1990) :

$$\begin{aligned} s = {} & -XY/2 + 0''.003\,85t - 0''.072\,59t^3 - 0''.002\,64\sin\Omega - 0''.000\,06\sin 2\Omega \\ & + 0''.000\,74t^2\sin\Omega + 0''.000\,06t^2\sin 2\lambda_\odot, \end{aligned} \tag{4.4.15}$$

$\lambda_\odot$ étant la longitude moyenne du Soleil.

4.5. CHANGEMENTS DE COORDONNÉES

4.5.1. Notions préliminaires

4.5.1.1. Coordonnées cartésiennes et coordonnées polaires

Nous représenterons un point M de l'espace soit par ses coordonnées cartésiennes x, y, z dans un système d'axes (Ox, Oy, Oz) orthonormé direct, soit par ses coordonnées polaires ψ, ϕ, r dans le même système d'axes. Par définition :

$$\psi = (\mathrm{Ox}, \mathrm{Om}), \qquad \phi = (\mathrm{Om}, \mathrm{OM}), \qquad r = \mathrm{OM},$$

où m est la projection de M sur le plan (Ox, Oy). Sauf mention spéciale, le sens positif pour ψ est le sens direct défini par l'axe Oz ; ϕ est compté positivement vers la direction Oz. Les deux groupes de coordonnées sont liés par les relations :

$$\begin{aligned} x &= r\cos\psi\cos\phi, \\ y &= r\sin\psi\cos\phi, \\ z &= r\sin\phi. \end{aligned} \tag{4.5.1}$$

Pour r égal à 1, x, y, z sont les cosinus directeurs de la direction OM ; ψ et ϕ seront appelés les coordonnées polaires de la direction OM.

4.5.1.2. Transformation des coordonnées sous l'effet d'une rotation des axes

Toutes les transformations faisant passer d'un système d'axes à un autre, sans changement du centre O, se ramènent à des produits des trois rotations élémentaires $R_1(\theta_1)$, $R_2(\theta_2)$, $R_3(\theta_3)$ respectivement autour des axes Ox, Oy, Oz, θ_1, θ_2, θ_3 désignant les angles des rotations.

Sous l'effet d'une rotation élémentaire $R_i(\theta_i)$, le système d'axes (Ox, Oy, Oz) est transformé en (Ox$'$, Oy$'$, Oz$'$) et les coordonnées x', y', z' d'un point M dans le système d'axes (Ox$'$, Oy$'$, Oz$'$) s'expriment en fonction de ses coordonnées x, y, z dans le système d'axes (Ox, Oy, Oz) par la relation matricielle :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = R_i(\theta_i) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Pour $i = 1$ (rotation autour de l'axe Ox), les axes font entre eux les angles :

$$(\mathrm{Ox}, \mathrm{Ox}') = 0, \qquad (\mathrm{Oy}, \mathrm{Oy}') = (\mathrm{Oz}, \mathrm{Oz}') = \theta_1,$$

et

$$R_1(\theta_1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_1 & \sin\theta_1 \\ 0 & -\sin\theta_1 & \cos\theta_1 \end{pmatrix}.$$

Pour $i = 2$ (rotation autour de l'axe Oy), les axes font entre eux les angles :

$$(\mathrm{Oy}, \mathrm{Oy}') = 0, \qquad (\mathrm{Ox}, \mathrm{Ox}') = (\mathrm{Oz}, \mathrm{Oz}') = \theta_2,$$

et

$$R_2(\theta_2) = \begin{pmatrix} \cos\theta_2 & 0 & -\sin\theta_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta_2 & 0 & \cos\theta_2 \end{pmatrix}.$$

Pour $i = 3$ (rotation autour de l'axe Oz), les axes font entre eux les angles :

$$(\mathrm{Oz}, \mathrm{Oz}') = 0, \qquad (\mathrm{Ox}, \mathrm{Ox}') = (\mathrm{Oy}, \mathrm{Oy}') = \theta_3,$$

et

$$R_3(\theta_3) = \begin{pmatrix} \cos\theta_3 & \sin\theta_3 & 0 \\ -\sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

4.5.2. Coordonnées usuelles

4.5.2.1. Coordonnées liées à un repère de référence céleste

On a défini en 4.2.1 différents types de coordonnées écliptiques et équatoriales. Ces coordonnées sont rattachées à un repère de référence céleste, par exemple le repère du FK5 ou le repère des théories du Bureau des longitudes, ce qui signifie que les axes auxquels elles sont rapportées se déduisent du plan de référence (équateur ou écliptique) et de l'origine (équinoxe) de ce repère uniquement par des transformations de précession et de nutation et éventuellement par une rotation autour de l'axe des équinoxes du repère dont l'angle est soit l'obliquité de l'écliptique associée au repère (si le plan de référence du repère est le plan de l'équateur) soit son opposé (si le plan de référence du repère est le plan de l'écliptique).

On définit également deux autres types de coordonnées célestes rapportées à la fois à un repère céleste et à un lieu terrestre.

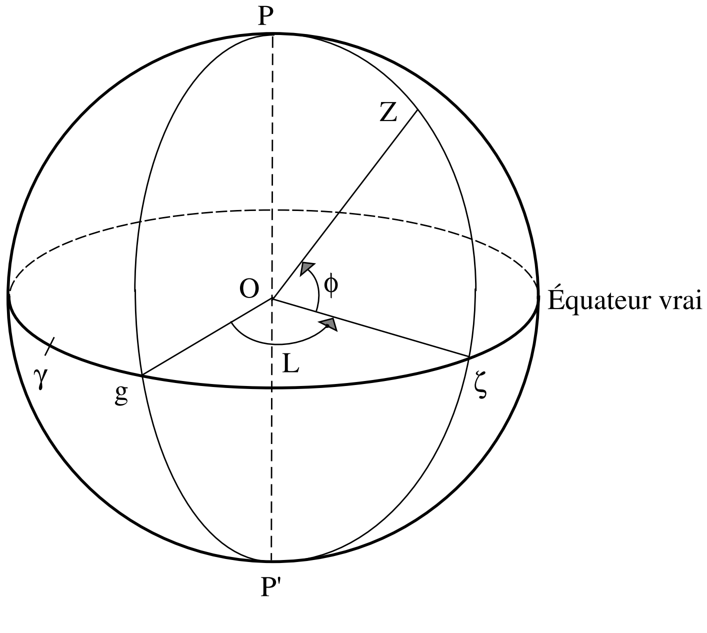

Fig. 4.5.1. Coordonnées astronomiques d'un lieu.

Un lieu terrestre est rattaché à un repère céleste géocentrique par sa *longitude astronomique* L et sa *latitude astronomique* ϕ, coordonnées polaires de la direction OZ parallèle à la verticale du lieu, rapportées à l'équateur vrai de la date du repère céleste et à une origine g de ce plan, (Fig. 4.5.1). Ici, la verticale d'un lieu, ou direction du *zénith*, est la direction opposée à la pesanteur en ce lieu. En première approximation, l'origine g est l'intersection de l'équateur vrai de la date et du méridien céleste de Greenwich, en désignant par méridien (céleste) d'un lieu le demi-grand cercle de la sphère céleste géocentrique défini par la direction OP du pôle céleste vrai, la direction opposée OP′ et la direction parallèle à la verticale du lieu. Pour être plus précis, il convient de remplacer, dans la définition de g, le méridien céleste de Greenwich par le méridien terrestre origine (*cf.* 4.4.2). La direction Og a pour ascension droite vraie le temps sidéral vrai de Greenwich GST (*Greenwich Sidereal Time*) donné par la formule (4.4.7). L'Union Astronomique Internationale recommande de compter les longitudes de 0° à 180° est ou ouest. Dans cet ouvrage, les longitudes sont comptées de $-180°$ à $180°$ positivement vers l'ouest.

La longitude et la latitude astronomiques d'un lieu, ainsi définies, subissent au cours du temps des variations faibles dues au mouvement du pôle (*cf.* 4.4) et à des mouvements de l'écorce terrestre.

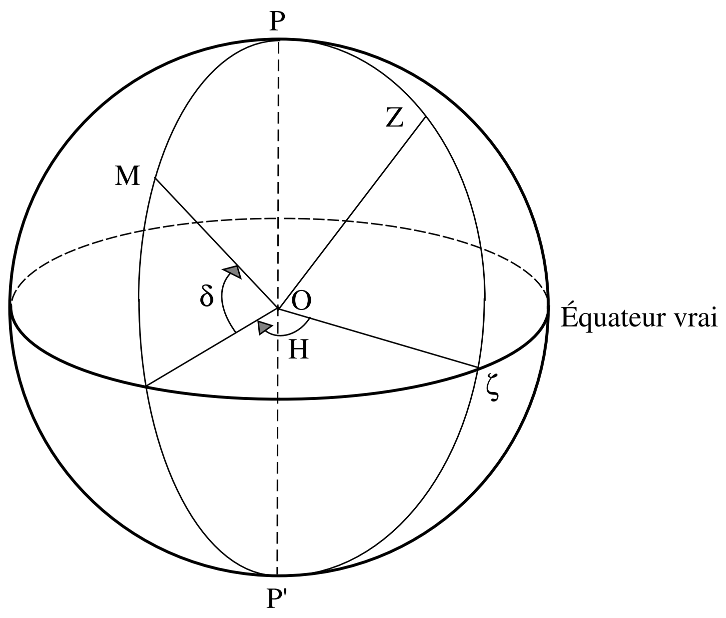

Fig. 4.5.2. Coordonnées horaires.

Les *coordonnées horaires*, angle horaire H et déclinaison δ, d'une direction OM pour un lieu donné, sont les coordonnées polaires de la direction rapportées au plan équatorial vrai de la date et à la direction origine Oζ, intersection de ce plan et du méridien du lieu (Fig. 4.5.2). L'angle horaire est compté positivement dans le sens rétrograde.

La déclinaison ne dépend pas du lieu. On passe de l'angle horaire H d'une direction OM pour un lieu Z à son angle horaire H' pour un lieu Z' par :

$$H' - H = L - L',$$

les longitudes L et L' des deux lieux étant comptées positivement vers l'ouest. Pour un lieu de longitude astronomique L, l'angle horaire H d'une direction est lié à son ascension droite vraie α_V par la relation :

$$H = \mathrm{GST} - \alpha_V - L, \tag{4.5.2}$$

où GST est donné par la formule (4.4.7).

On utilise dans la pratique deux systèmes de coordonnées horaires correspondant à des lieux particuliers : les coordonnées horaires pour le méridien de Greenwich, dont l'origine des angles horaires est le point g défini plus haut, et les coordonnées horaires pour le *méridien des éphémérides*, dont l'origine des angles horaires est le point g′. L'ascension droite vraie de g′ est obtenue par la formule (4.4.7), en remplaçant le Temps universel UT1 par le Temps terrestre TT dans le calcul du temps sidéral moyen GMST. Cette définition permet de s'affranchir des irrégularités imprévisibles de la rotation de la Terre présentes dans UT1. Si l'on considère les coordonnées rapportées au plan et à l'équinoxe de référence du repère céleste géocentrique comme les matérialisations des coordonnées spatiales d'un système de référence géocentrique KGRS, on peut considérer que les coordonnées horaires pour le méridien des éphémérides sont en première approximation les matérialisations des coordonnées spatiales d'un système géocentrique tournant GRS$^+$ (*cf.* 4.1.1.2) puisque la précession géodésique est présente dans la précession générale en longitude.

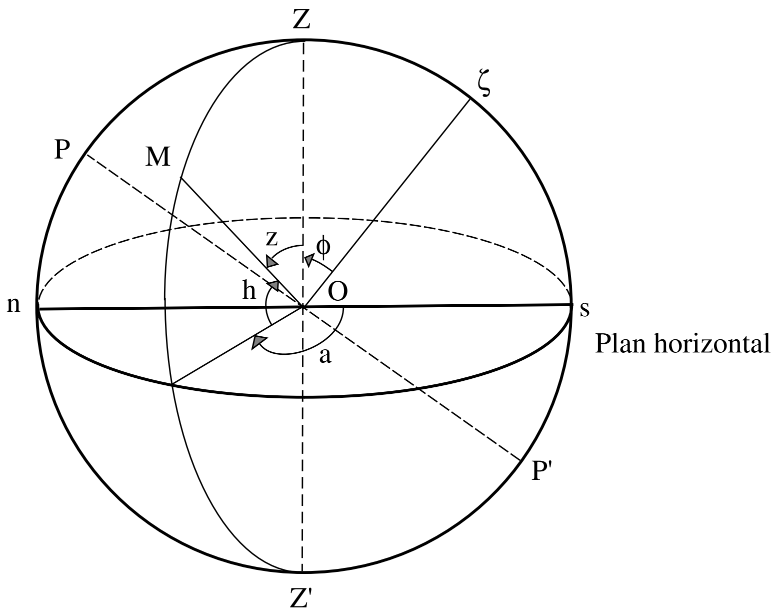

Fig. 4.5.3. Coordonnées horizontales.

Les *coordonnées horizontales*, azimut a et hauteur h, d'une direction OM pour un lieu donné (Fig. 4.5.3), sont les coordonnées polaires de la direction rapportées au plan passant par O et perpendiculaire à l'axe OZ qui définit son orientation (plan horizontal). Pour les astronomes la direction origine dans le plan horizontal est la direction sud Os, intersection de ce plan et du vertical contenant la direction du pôle céleste sud P$'$. Pour les marins, la direction origine est On, intersection du plan horizontal et du vertical contenant la direction du pôle céleste nord P. On appelle vertical tout demi-grand cercle de la sphère céleste limité par OZ et la direction opposée OZ$'$. L'azimut est compté positivement dans le sens rétrograde. On utilise parfois la distance zénithale z, à ne pas confondre avec la troisième coordonnée cartésienne, définie par :

$$z = 90° - h. \tag{4.5.3}$$

Les différents systèmes de coordonnées correspondant à un repère de référence céleste donné sont récapitulés dans la table 4.5.1. On trouvera dans la table 4.5.2 les noms que peuvent prendre certaines de ces coordonnées lorsqu'on ajoute aux coordonnées géométriques de l'astre des termes d'aberration.

4.5.2.2. Coordonnées liées à un repère de référence terrestre

Un repère de référence terrestre est représenté par l'équateur terrestre A_0, associé au pôle terrestre P_0, et par une origine que l'on peut définir par exemple comme l'intersection du méridien terrestre origine et de l'équateur terrestre. Le méridien terrestre a une définition analogue au méridien céleste en remplaçant le pôle céleste par le pôle terrestre. Les coordonnées d'un point ou d'une direction dans le système d'axes ainsi défini ne diffèrent des coordonnées horaires célestes rapportées au méridien de Greenwich que par l'effet du mouvement du pôle (*cf.* 4.4).

On peut également définir la longitude et la latitude astronomiques d'un lieu rapportées à un repère terrestre. Ces quantités ne dépendent plus du mouvement du pôle mais peuvent encore subir de légères variations dues aux mouvements de l'écorce terrestre.

4.5.3. Relations entre coordonnées équatoriales et coordonnées écliptiques

On désigne par x^A, y^A, z^A les coordonnées cartésiennes équatoriales d'un point M et par x^E, y^E, z^E ses coordonnées cartésiennes écliptiques dans le même repère de référence. On pourra être dans l'un des cas suivants :

- coordonnées équatoriales vraies et écliptiques vraies,
- coordonnées équatoriales moyennes pour l'époque σ_F et écliptiques moyennes pour l'époque σ_F rapportées aux plans et à l'équinoxe d'une même date de référence σ_F, par exemple J2000,
- coordonnées équatoriales moyennes de la date σ_D et écliptiques moyennes de la date σ_D.

En désignant par ε l'inclinaison de l'écliptique sur l'équateur, on passe des axes équatoriaux aux axes écliptiques par une rotation $R_1(\varepsilon)$. Donc :

$$\begin{pmatrix} x^E \\ y^E \\ z^E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varepsilon & \sin\varepsilon \\ 0 & -\sin\varepsilon & \cos\varepsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^A \\ y^A \\ z^A \end{pmatrix}, \tag{4.5.4}$$

Table 4.5.1. Les coordonnées célestes usuelles.

Coordonnées	Plan de référence	Origine	Direction de Oz	Coordonnées polaires
écliptiques moyennes d'une date de référence (ex. J2000)	écliptique moyen de la date de référence	équinoxe moyen de la date de référence	pôle nord de l'écliptique	longitude λ sens positif = sens direct latitude β $-90° < \beta < 90°$
écliptiques moyennes de la date	écliptique moyen de la date	équinoxe moyen de la date	pôle nord de l'écliptique	longitude λ sens positif = sens direct latitude β $-90° < \beta < 90°$
écliptiques vraies	écliptique moyen de la date	équinoxe vrai de la date	pôle nord de l'écliptique	longitude λ sens positif = sens direct latitude β $-90° < \beta < 90°$
équatoriales moyennes d'une date de référence (ex. J2000)	équateur céleste moyen de la date de référence	équinoxe moyen de la date de référence	pôle céleste nord	ascension droite α sens positif = sens direct déclinaison δ $-90° < \delta < 90°$
équatoriales moyennes de la date	équateur céleste moyen de la date	équinoxe moyen de la date	pôle céleste nord	ascension droite α sens positif = sens direct déclinaison δ $-90° < \delta < 90°$
équatoriales vraies	équateur céleste vrai de la date	équinoxe vrai de la date	pôle céleste nord	ascension droite α sens positif = sens direct déclinaison δ $-90° < \delta < 90°$
horaires d'un lieu	équateur céleste vrai de la date	méridien du lieu	pôle céleste nord	angle horaire H sens positif = sens rétrograde déclinaison δ $-90° < \delta < 90°$
horizontales d'un lieu	plan horizontal du lieu	direction sud (astronomes) direction nord (marins)	zénith du lieu	azimut a sens positif = sens rétrograde hauteur h $-90° < h < 90°$

et

$$\begin{pmatrix} x^A \\ y^A \\ z^A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varepsilon & -\sin\varepsilon \\ 0 & \sin\varepsilon & \cos\varepsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^E \\ y^E \\ z^E \end{pmatrix}. \tag{4.5.5}$$

En coordonnées polaires :

$$\begin{aligned} x^A &= r\cos\alpha\cos\delta, \qquad & x^E &= r\cos\lambda\cos\beta, \\ y^A &= r\sin\alpha\cos\delta, \qquad & y^E &= r\sin\lambda\cos\beta, \\ z^A &= r\sin\delta, \qquad & z^E &= r\sin\beta, \end{aligned}$$

Table 4.5.2. Coordonnées célestes incluant des termes d'aberration.

Coordonnées	Type d'après la table 4.5.1	Termes d'aberration inclus (depuis 1984)	Corps concernés
écliptiques apparentes équatoriales apparentes	écliptiques vraies équatoriales vraies	aberration annuelle (étoiles) ou aberration planétaire (planètes et satellites)	étoiles, planètes, satellites
astrographiques astrométriques	équatoriales moyennes d'une date de référence	aberration planétaire moins aberration annuelle	planètes, satellites

d'où

$$\begin{aligned} \cos\lambda\cos\beta &= \cos\alpha\cos\delta, \\ \sin\lambda\cos\beta &= \sin\alpha\cos\delta\cos\varepsilon + \sin\delta\sin\varepsilon, \\ \sin\beta &= -\sin\alpha\cos\delta\sin\varepsilon + \sin\delta\cos\varepsilon, \end{aligned} \tag{4.5.6}$$

et

$$\begin{aligned} \cos\alpha\cos\delta &= \cos\lambda\cos\beta, \\ \sin\alpha\cos\delta &= \sin\lambda\cos\beta\cos\varepsilon - \sin\beta\sin\varepsilon, \\ \sin\delta &= \sin\lambda\cos\beta\sin\varepsilon + \sin\beta\cos\varepsilon. \end{aligned} \tag{4.5.7}$$

Pour passer des coordonnées équatoriales vraies aux coordonnées écliptiques vraies, on prendra $\varepsilon = \varepsilon_A + \Delta\varepsilon$, ε_A étant calculé, pour la date σ_D, à l'aide des formules (5.5.12), complétées éventuellement par (5.5.13) et (5.5.14), ou (5.5.15) et $\Delta\varepsilon$ étant calculé à partir de la table 5.2.

Pour passer des coordonnées équatoriales moyennes σ_F aux coordonnées écliptiques moyennes σ_F, on prendra $\varepsilon = \overline{\varepsilon}_A$, $\overline{\varepsilon}_A$ étant donné par les formules (5.5.11) puis calculé à l'aide des formules (5.5.12), complétées éventuellement par (5.5.13) et (5.5.14), ou (5.5.15).

Pour passer des coordonnées équatoriales moyennes de la date aux coordonnées écliptiques moyennes de la date (σ_D), on prendra $\varepsilon = \varepsilon_A$, ε_A étant calculé comme pour les coordonnées vraies.

4.5.4. Relations entre les coordonnées équatoriales moyennes de deux dates

Il s'agit du passage des coordonnées équatoriales rapportées à l'équateur et à l'équinoxe moyens d'une date de référence σ_F aux coordonnées équatoriales rapportées à l'équateur et à l'équinoxe moyens d'une date σ_D, qui peut être soit une autre date de référence soit la date courante. Dans les deux cas le repère de référence est le même, par exemple celui du FK5.

Dans le système d'axes de l'époque σ_F, on désigne par x_F^A, y_F^A, z_F^A les coordonnées cartésiennes et par α_F et δ_F l'ascension droite et la déclinaison. x_D^A, y_D^A, z_D^A, α_D et δ_D désignent les quantités correspondantes dans le système d'axes de l'époque σ_D. On passe du système d'axes de l'époque

σ_F au système d'axes de l'époque σ_D (Fig. 5.6) en effectuant successivement les trois rotations $R_3(90° - \zeta_A)$, $R_1(\theta_A)$, $R_3(-90° - z_A)$. La méthode, donnée dans Lieske et al. (1977), qui consiste à effectuer successivement les trois rotations : $R_3(-\zeta_A)$, $R_2(\theta_A)$, $R_3(-z_A)$ conduit au même résultat. On a, en utilisant la première méthode :

$$\begin{pmatrix} x_D^A \\ y_D^A \\ z_D^A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin z_A & -\cos z_A & 0 \\ \cos z_A & -\sin z_A & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_A & \sin\theta_A \\ 0 & -\sin\theta_A & \cos\theta_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin\zeta_A & \cos\zeta_A & 0 \\ -\cos\zeta_A & \sin\zeta_A & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_F^A \\ y_F^A \\ z_F^A \end{pmatrix}, \quad (4.5.8)$$

ce qui donne :

$$\begin{pmatrix} x_D^A \\ y_D^A \\ z_D^A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(z_A + \zeta_A) - 2\sin^2\frac{\theta_A}{2}\cos z_A \cos\zeta_A & -\sin(z_A + \zeta_A) + 2\sin^2\frac{\theta_A}{2}\cos z_A \sin\zeta_A & -\cos z_A \sin\theta_A \\ \sin(z_A + \zeta_A) - 2\sin^2\frac{\theta_A}{2}\sin z_A \cos\zeta_A & \cos(z_A + \zeta_A) + 2\sin^2\frac{\theta_A}{2}\sin z_A \sin\zeta_A & -\sin z_A \sin\theta_A \\ \cos\zeta_A \sin\theta_A & -\sin\zeta_A \sin\theta_A & \cos\theta_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_F^A \\ y_F^A \\ z_F^A \end{pmatrix}.$$

On déduit de cette relation matricielle les relations suivantes entre les ascensions droites et les déclinaisons :

$$\begin{aligned} \cos\delta_D \sin(\alpha_D - z_A) &= \cos\delta_F \sin(\alpha_F + \zeta_A), \\ \cos\delta_D \cos(\alpha_D - z_A) &= \cos\theta_A \cos\delta_F \cos(\alpha_F + \zeta_A) - \sin\theta_A \sin\delta_F, \\ \sin\delta_D &= \sin\theta_A \cos\delta_F \cos(\alpha_F + \zeta_A) + \cos\theta_A \sin\delta_F. \end{aligned} \quad (4.5.9)$$

z_A, ζ_A et θ_A sont calculés à partir des formules (5.5.12), complétées éventuellement par (5.5.13) et (5.5.14), ou (5.5.15).

Si le temps t écoulé entre σ_F et σ_D est court et si l'astre n'est pas voisin du pôle, on peut utiliser les relations approchées suivantes :

$$\begin{aligned} \alpha_D &= \alpha_F + (m + n\sin\overline{\alpha}\tan\overline{\delta})\,t, \\ \delta_D &= \delta_F + n\cos\overline{\alpha}\,t, \end{aligned}$$

avec

$$t = (\text{jour julien } \sigma_D - \text{jour julien } \sigma_F)/365\,250.$$

$\overline{\alpha}$ et $\overline{\delta}$ sont des valeurs approchées des coordonnées équatoriales moyennes de la date $\frac{1}{2}(\sigma_D + \sigma_F)$. m, appelé précession en ascension droite, est le coefficient de t dans l'expression de $z_A + \zeta_A$ déduite des formules (5.5.12), complétées éventuellement par (5.5.13) et (5.5.14), ou (5.5.15). n, appelé précession en déclinaison, est le coefficient de t dans l'expression de θ_A donnée par les mêmes formules.

4.5.5. Relations entre les coordonnées écliptiques moyennes de deux dates

Il s'agit du passage des coordonnées écliptiques rapportées à l'écliptique et à l'équinoxe moyens d'une date de référence σ_F aux coordonnées écliptiques rapportées à l'écliptique et à l'équinoxe moyens d'une date σ_D, qui peut être soit une autre date de référence soit la date courante. Dans les deux cas le repère de référence est le même, par exemple celui du FK5.

Dans le système d'axes de l'époque σ_F, on désigne par x_F^E, y_F^E, z_F^E les coordonnées cartésiennes et par λ_F et β_F la longitude et la latitude. x_D^E, y_D^E, z_D^E, λ_D et β_D désignent les quantités correspondantes dans le système d'axes de l'époque σ_D. On passe du système d'axes de l'époque σ_F au système d'axes de l'époque σ_D (Fig. 5.6) en effectuant successivement les trois rotations $\mathrm{R}_3(\Pi_A)$, $\mathrm{R}_1(\pi_A)$, $\mathrm{R}_3(-\Pi'_A)$, en posant :

$$\Pi'_A = \Pi_A + \mathcal{P}_A.$$

Donc :

$$\begin{pmatrix} x_D^E \\ y_D^E \\ z_D^E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\Pi'_A & -\sin\Pi'_A & 0 \\ \sin\Pi'_A & \cos\Pi'_A & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\pi_A & \sin\pi_A \\ 0 & -\sin\pi_A & \cos\pi_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\Pi_A & \sin\Pi_A & 0 \\ -\sin\Pi_A & \cos\Pi_A & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_F^E \\ y_F^E \\ z_F^E \end{pmatrix}, \quad (4.5.10)$$

ce qui donne :

$$\begin{pmatrix} x_D^E \\ y_D^E \\ z_D^E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\mathcal{P}_A - 2\sin^2\frac{\pi_A}{2}\sin\Pi'_A\sin\Pi_A & -\sin\mathcal{P}_A + 2\sin^2\frac{\pi_A}{2}\sin\Pi'_A\cos\Pi_A & -\sin\Pi'_A\sin\pi_A \\ \sin\mathcal{P}_A + 2\sin^2\frac{\pi_A}{2}\cos\Pi'_A\sin\Pi_A & \cos\mathcal{P}_A - 2\sin^2\frac{\pi_A}{2}\cos\Pi'_A\cos\Pi_A & \cos\Pi'_A\sin\pi_A \\ \sin\Pi_A\sin\pi_A & -\cos\Pi_A\sin\pi_A & \cos\pi_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_F^E \\ y_F^E \\ z_F^E \end{pmatrix}.$$

On déduit de cette relation matricielle les relations suivantes entre les longitudes et les latitudes :

$$\begin{aligned}
\cos\beta_D \cos(\Pi'_A - \lambda_D) &= \cos\beta_F \cos(\Pi_A - \lambda_F),\\
\cos\beta_D \sin(\Pi'_A - \lambda_D) &= \cos\pi_A \cos\beta_F \sin(\Pi_A - \lambda_F) - \sin\pi_A \sin\beta_F,\\
\sin\beta_D &= \sin\pi_A \cos\beta_F \sin(\Pi_A - \lambda_F) + \cos\pi_A \sin\beta_F.
\end{aligned} \tag{4.5.11}$$

π_A, Π_A et $\mathcal{P}_A$ sont calculés à partir des formules (5.5.12), complétées éventuellement par (5.5.13) et (5.5.14), ou (5.5.15).

4.5.6. Relations entre les coordonnées écliptiques moyennes de la date et les coordonnées écliptiques vraies

Pour les coordonnées écliptiques moyennes de la date, on désigne par x_D^E, y_D^E, z_D^E les coordonnées cartésiennes et par λ_D et β_D la longitude et la latitude. Les coordonnées écliptiques vraies sont notées x_V^E, y_V^E, z_V^E, λ_V et β_V. Le système d'axes vrai se déduit du système d'axes moyen (Fig. 5.7a) par la rotation $\mathrm{R}_3(-\Delta\psi)$. Donc,

$$\begin{pmatrix} x_V^E \\ y_V^E \\ z_V^E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\Delta\psi & -\sin\Delta\psi & 0 \\ \sin\Delta\psi & \cos\Delta\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_D^E \\ y_D^E \\ z_D^E \end{pmatrix} \tag{4.5.12}$$

et

$$\begin{aligned}
\lambda_V &= \lambda_D + \Delta\psi,\\
\beta_V &= \beta_D,
\end{aligned} \tag{4.5.13}$$

où $\Delta\psi$ est calculé à partir de la table 5.2.

4.5.7. Relations entre les coordonnées équatoriales moyennes de la date et les coordonnées équatoriales vraies

Pour les coordonnées équatoriales moyennes de la date, on désigne par x_D^A, y_D^A, z_D^A les coordonnées cartésiennes et par α_D et δ_D l'ascension droite et la déclinaison. Les coordonnées équatoriales vraies sont notées x_V^A, y_V^A, z_V^A, α_V et δ_V. On passe du système d'axes moyen au système d'axes vrai (*cf.* 5.6.1) en effectuant successivement les rotations $\mathrm{R}_1(\varepsilon_A)$, $\mathrm{R}_3(-\Delta\psi)$, $\mathrm{R}_1(-\varepsilon'_A)$, en posant :

$$\varepsilon'_A = \varepsilon_A + \Delta\varepsilon.$$

Donc :

$$\begin{pmatrix} x_V^A \\ y_V^A \\ z_V^A \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varepsilon'_A & -\sin\varepsilon'_A \\ 0 & \sin\varepsilon'_A & \cos\varepsilon'_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\Delta\psi & -\sin\Delta\psi & 0 \\ \sin\Delta\psi & \cos\Delta\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varepsilon_A & \sin\varepsilon_A \\ 0 & -\sin\varepsilon_A & \cos\varepsilon_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_D^A \\ y_D^A \\ z_D^A \end{pmatrix}. \tag{4.5.14}$$

Soit :

$$\begin{pmatrix} x_V^A \\ y_V^A \\ z_V^A \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \cos\Delta\psi & -\sin\Delta\psi\cos\varepsilon_A & -\sin\Delta\psi\sin\varepsilon_A \\ \cos\varepsilon'_A\sin\Delta\psi & \cos\Delta\varepsilon - 2\sin^2\dfrac{\Delta\psi}{2}\cos\varepsilon_A\cos\varepsilon'_A & -\sin\Delta\varepsilon - 2\sin^2\dfrac{\Delta\psi}{2}\sin\varepsilon_A\cos\varepsilon'_A \\ \sin\varepsilon'_A\sin\Delta\psi & \sin\Delta\varepsilon - 2\sin^2\dfrac{\Delta\psi}{2}\cos\varepsilon_A\sin\varepsilon'_A & \cos\Delta\varepsilon - 2\sin^2\dfrac{\Delta\psi}{2}\sin\varepsilon_A\sin\varepsilon'_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_D^A \\ y_D^A \\ z_D^A \end{pmatrix}.$$

Et :

$$\begin{aligned} \cos\alpha_V\cos\delta_V &= \cos\Delta\psi\cos\alpha_D\cos\delta_D - \sin\Delta\psi(\cos\varepsilon_A\sin\alpha_D\cos\delta_D + \sin\varepsilon_A\sin\delta_D), \\ \sin\alpha_V\cos\delta_V &= \cos\Delta\varepsilon\sin\alpha_D\cos\delta_D + \sin\Delta\psi\cos\varepsilon'_A\cos\alpha_D\cos\delta_D - \sin\Delta\varepsilon\sin\delta_D \\ &\quad - 2\sin^2\frac{\Delta\psi}{2}\cos\varepsilon'_A(\cos\varepsilon_A\sin\alpha_D\cos\delta_D + \sin\varepsilon_A\sin\delta_D), \\ \sin\delta_V &= \cos\Delta\varepsilon\sin\delta_D + \sin\Delta\psi\sin\varepsilon'_A\cos\alpha_D\cos\delta_D + \sin\Delta\varepsilon\sin\alpha_D\cos\delta_D \\ &\quad - 2\sin^2\frac{\Delta\psi}{2}\sin\varepsilon'_A(\cos\varepsilon_A\sin\alpha_D\cos\delta_D + \sin\varepsilon_A\sin\delta_D), \end{aligned} \tag{4.5.15}$$

où $\Delta\psi$ et $\Delta\varepsilon$ sont calculés à partir de la table 5.2 et ε_A à partir des formules (5.5.12), complétées éventuellement par (5.5.13) et (5.5.14), ou (5.5.15).

Si $\tan\delta_D$ n'est pas trop grand, on peut utiliser les formules approchées suivantes :

$$\begin{aligned} \alpha_V &= \alpha_D + \Delta\psi(\cos\varepsilon_A + \sin\varepsilon_A\sin\alpha_D\tan\delta_D) - \Delta\varepsilon\cos\alpha_D\tan\delta_D, \\ \delta_V &= \delta_D + \Delta\psi\sin\varepsilon_A\cos\alpha_D + \Delta\varepsilon\sin\alpha_D. \end{aligned}$$

4.5.8. Relations entre les coordonnées horaires et les coordonnées horizontales pour un même lieu

Désignons par x^H, y^H, z^H les coordonnées cartésiennes dans un système d'axes horaire direct. L'axe Ox de ce système se confond avec Oζ et l'axe Oz avec OP (Fig. 4.5.2). Désignons par x^h, y^h, z^h les coordonnées cartésiennes dans un système d'axes horizontal direct, au sens des astronomes. L'axe Oz de ce système se confond avec OZ (Fig. 4.5.3).

Par suite des conventions de sens utilisées pour l'angle horaire et l'azimut, on a :

$$\begin{aligned} x^H &= r\cos H\cos\delta, & x^h &= r\cos a\cos h, \\ y^H &= -r\sin H\cos\delta, & y^h &= -r\sin a\cos h, \\ z^H &= r\sin\delta, & z^h &= r\sin h. \end{aligned}$$

On passe du système d'axes horaire au système d'axes horizontal par la rotation $\mathrm{R}_2(90° - \phi)$, où ϕ est la latitude du lieu. Donc :

$$\begin{pmatrix} x^h \\ y^h \\ z^h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin\phi & 0 & -\cos\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \cos\phi & 0 & \sin\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^H \\ y^H \\ z^H \end{pmatrix}, \tag{4.5.16}$$

$$\begin{pmatrix} x^H \\ y^H \\ z^H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin\phi & 0 & \cos\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\cos\phi & 0 & \sin\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^h \\ y^h \\ z^h \end{pmatrix}. \tag{4.5.17}$$

D'où :

$$\begin{aligned} \cos a \cos h &= \sin\phi \cos H \cos\delta - \cos\phi \sin\delta, \\ \sin a \cos h &= \sin H \cos\delta, \\ \sin h &= \cos\phi \cos H \cos\delta + \sin\phi \sin\delta, \end{aligned} \tag{4.5.18}$$

$$\begin{aligned} \cos H \cos\delta &= \sin\phi \cos a \cos h + \cos\phi \sin h, \\ \sin H \cos\delta &= \sin a \cos h, \\ \sin\delta &= -\cos\phi \cos a \cos h + \sin\phi \sin h. \end{aligned} \tag{4.5.19}$$

Dans ces formules, la hauteur peut être remplacée par la distance zénithale à l'aide de (4.5.3).

L étant la longitude du lieu, on obtiendra les relations entre les coordonnées horizontales et les coordonnées équatoriales vraies α_V et δ_V en remplaçant H par le second membre de (4.5.2) et δ par δ_V.

4.5.9. Variations des éléments d'une orbite sous l'effet d'un changement de date de référence

Il s'agit du passage des éléments d'une orbite rapportés à l'écliptique et à l'équinoxe moyens d'une date σ_F aux éléments de la même orbite rapportés à l'écliptique et à l'équinoxe moyens d'une date σ_D. Dans les deux cas le repère de référence est le même.

Le demi-grand axe et l'excentricité de l'orbite, ainsi que l'anomalie moyenne d'un point quelconque, ne changent pas. On désigne par i_F et Ω_F, respectivement, l'inclinaison et la longitude du nœud ascendant de l'orbite sur l'écliptique moyen de l'époque σ_F, et par ϖ_F la longitude du périastre P. Les quantités rapportées au système d'axes de l'époque σ_D sont i_D, Ω_D et ϖ_D.

Sur la figure 4.5.4, on a entre les arcs les égalités suivantes :

$$\begin{aligned} \gamma_F \mathrm{N}_F &= \Omega_F, \\ \gamma_D \mathrm{N}_D &= \Omega_D, \\ \varpi_F &= \gamma_F \mathrm{N}_F + \mathrm{N}_F \mathrm{P}, \\ \varpi_D &= \gamma_D \mathrm{N}_D + \mathrm{N}_D \mathrm{P}. \end{aligned}$$

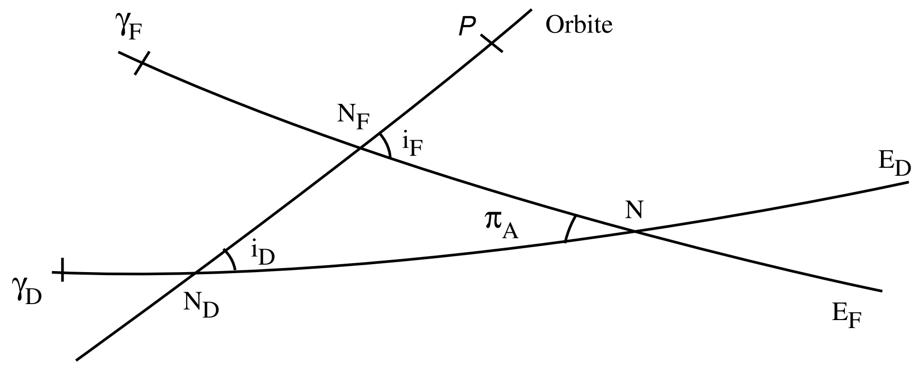

Fig. 4.5.4. Éléments d'une orbite.

En désignant par $\Delta\omega$ l'arc $\mathrm{N}_D\mathrm{N}_F$, on a :

$$\varpi_D - \varpi_F = \Omega_D - \Omega_F + \Delta\omega.$$

En comparant les figures 4.5.4 et 5.6, on voit que :

$$\begin{aligned}\mathrm{N}_F\mathrm{N} &= \Pi_A - \Omega_F,\\ \mathrm{N}_D\mathrm{N} &= \mathcal{P}_A + \Pi_A - \Omega_D.\end{aligned}$$

Dans le triangle sphérique $\mathrm{N}_D\mathrm{N}\mathrm{N}_F$, les relations suivantes permettent de calculer i_D, Ω_D, ϖ_D en fonction de i_F, Ω_F, ϖ_F :

$$\begin{aligned}\cos i_D &= \cos i_F \cos\pi_A + \sin i_F \sin\pi_A \cos(\Pi_A - \Omega_F),\\ \sin i_D \sin(\mathcal{P}_A + \Pi_A - \Omega_D) &= \sin i_F \sin(\Pi_A - \Omega_F),\\ \sin i_D \cos(\mathcal{P}_A + \Pi_A - \Omega_D) &= -\cos i_F \sin\pi_A + \sin i_F \cos\pi_A \cos(\Pi_A - \Omega_F),\\ \sin i_D \sin\Delta\omega &= \sin\pi_A \sin(\Pi_A - \Omega_F),\\ \sin i_D \cos\Delta\omega &= \sin i_F \cos\pi_A - \cos i_F \sin\pi_A \cos(\Pi_A - \Omega_F),\end{aligned} \tag{4.5.20}$$

où π_A et Π_A sont calculés à partir des formules (5.5.12), complétées éventuellement par (5.5.13) et (5.5.14), ou (5.5.15).

Si le temps t écoulé entre σ_D et σ_F est suffisamment court pour que les quantités π_A, $\Delta\omega$ et $i_D - i_F$ soient suffisamment petites et si i_F n'est pas trop voisin de zéro, on pourra utiliser les relations approchées suivantes :

$$\begin{aligned}i_D &= i_F - \pi_A \cos(\Pi_A - \Omega_F),\\ \Omega_D &= \Omega_F + \mathcal{P}_A - \pi_A \cot i_F \sin(\Pi_A - \Omega_F),\\ \Delta\omega &= \frac{\pi_A \sin(\Pi_A - \Omega_F)}{\sin i_F}.\end{aligned}$$

4.5.10. Changement de repère de référence

On considère deux repères de référence notés 1 et 2 pour lesquels la date de référence σ_F et l'équateur de référence (équateur moyen de la date σ_F) sont les mêmes. On désignera par γ_1 et γ_2 les équinoxes des deux repères (équinoxes moyens de la date σ_F), par ε_1 et ε_2 les inclinaisons de l'écliptique (moyen de la date σ_F) sur l'équateur (moyen de la date σ_F) pour les deux repères (Fig. 4.5.5) et par $\Delta\phi$ l'arc $\gamma_1\gamma_2$.

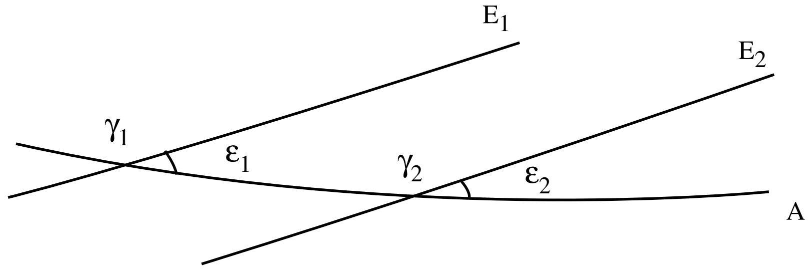

Fig. 4.5.5. Changement de repère.

On désignera par $x^A_{F,i}$, $y^A_{F,i}$, $z^A_{F,i}$ les coordonnées équatoriales moyennes de la date σ_F dans le repère i ($i = 1$ ou 2) et par $x^E_{F,i}$, $y^E_{F,i}$, $z^E_{F,i}$ les coordonnées écliptiques moyennes de la date σ_F dans le même repère.

On passe du système d'axes équatorial de l'époque σ_F dans le premier repère au système d'axes équatorial de l'époque σ_F dans le deuxième repère par une rotation $\mathrm{R}_3(\Delta\phi)$. On passe du système d'axes écliptique de l'époque σ_F dans le premier repère au système d'axes équatorial de l'époque σ_F dans le deuxième repère en effectuant successivement les rotations $\mathrm{R}_1(-\varepsilon_1)$ et $\mathrm{R}_3(\Delta\phi)$. On passe du système d'axes écliptique de l'époque σ_F dans le premier repère au système d'axes écliptique de l'époque σ_F dans le deuxième repère en effectuant successivement les rotations $\mathrm{R}_1(-\varepsilon_1)$, $\mathrm{R}_3(\Delta\phi)$, $\mathrm{R}_1(\varepsilon_2)$. Donc :

$$\begin{pmatrix} x^A_{F,2} \\ y^A_{F,2} \\ z^A_{F,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\Delta\phi & \sin\Delta\phi & 0 \\ -\sin\Delta\phi & \cos\Delta\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^A_{F,1} \\ y^A_{F,1} \\ z^A_{F,1} \end{pmatrix}, \tag{4.5.21}$$

$$\begin{pmatrix} x^A_{F,2} \\ y^A_{F,2} \\ z^A_{F,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\Delta\phi & \sin\Delta\phi & 0 \\ -\sin\Delta\phi & \cos\Delta\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varepsilon_1 & -\sin\varepsilon_1 \\ 0 & \sin\varepsilon_1 & \cos\varepsilon_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^E_{F,1} \\ y^E_{F,1} \\ z^E_{F,1} \end{pmatrix}, \tag{4.5.22}$$

soit

$$\begin{pmatrix} x^A_{F,2} \\ y^A_{F,2} \\ z^A_{F,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\Delta\phi & \sin\Delta\phi\cos\varepsilon_1 & -\sin\Delta\phi\sin\varepsilon_1 \\ -\sin\Delta\phi & \cos\Delta\phi\cos\varepsilon_1 & -\cos\Delta\phi\sin\varepsilon_1 \\ 0 & \sin\varepsilon_1 & \cos\varepsilon_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^E_{F,1} \\ y^E_{F,1} \\ z^E_{F,1} \end{pmatrix}.$$

Et :

$$\begin{pmatrix} x^E_{F,2} \\ y^E_{F,2} \\ z^E_{F,2} \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varepsilon_2 & \sin\varepsilon_2 \\ 0 & -\sin\varepsilon_2 & \cos\varepsilon_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\Delta\phi & \sin\Delta\phi & 0 \\ -\sin\Delta\phi & \cos\Delta\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varepsilon_1 & -\sin\varepsilon_1 \\ 0 & \sin\varepsilon_1 & \cos\varepsilon_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^E_{F,1} \\ y^E_{F,1} \\ z^E_{F,1} \end{pmatrix}, \quad (4.5.23)$$

soit

$$\begin{pmatrix} x^E_{F,2} \\ y^E_{F,2} \\ z^E_{F,2} \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \cos\Delta\phi & \sin\Delta\phi\cos\varepsilon_1 & -\sin\Delta\phi\sin\varepsilon_1 \\ -\sin\Delta\phi\cos\varepsilon_2 & \cos(\varepsilon_2-\varepsilon_1) - 2\sin^2\dfrac{\Delta\phi}{2}\cos\varepsilon_1\cos\varepsilon_2 & \sin(\varepsilon_2-\varepsilon_1) + 2\sin^2\dfrac{\Delta\phi}{2}\sin\varepsilon_1\cos\varepsilon_2 \\ \sin\Delta\phi\sin\varepsilon_2 & -\sin(\varepsilon_2-\varepsilon_1) + 2\sin^2\dfrac{\Delta\phi}{2}\cos\varepsilon_1\sin\varepsilon_2 & \cos(\varepsilon_2-\varepsilon_1) - 2\sin^2\dfrac{\Delta\phi}{2}\sin\varepsilon_1\sin\varepsilon_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^E_{F,1} \\ y^E_{F,1} \\ z^E_{F,1} \end{pmatrix}.$$

$\Delta\phi$ et $\varepsilon_2 - \varepsilon_1$ étant en général très petits, on pourra le plus souvent utiliser les formules approchées suivantes :

$$\begin{pmatrix} x^A_{F,2} \\ y^A_{F,2} \\ z^A_{F,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \Delta\phi & 0 \\ -\Delta\phi & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^A_{F,1} \\ y^A_{F,1} \\ z^A_{F,1} \end{pmatrix}, \quad (4.5.24)$$

$$\begin{pmatrix} x^A_{F,2} \\ y^A_{F,2} \\ z^A_{F,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \Delta\phi\cos\varepsilon_1 & -\Delta\phi\sin\varepsilon_1 \\ -\Delta\phi & \cos\varepsilon_1 & -\sin\varepsilon_1 \\ 0 & \sin\varepsilon_1 & \cos\varepsilon_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^E_{F,1} \\ y^E_{F,1} \\ z^E_{F,1} \end{pmatrix}, \quad (4.5.25)$$

$$\begin{pmatrix} x^E_{F,2} \\ y^E_{F,2} \\ z^E_{F,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \Delta\phi\cos\varepsilon_1 & -\Delta\phi\sin\varepsilon_1 \\ -\Delta\phi\cos\varepsilon_1 & 1 & \varepsilon_2-\varepsilon_1 \\ \Delta\phi\sin\varepsilon_1 & -(\varepsilon_2-\varepsilon_1) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^E_{F,1} \\ y^E_{F,1} \\ z^E_{F,1} \end{pmatrix}, \quad (4.5.26)$$

où $\Delta\phi$, ε_1 et ε_2 sont exprimés en radian.

En prenant pour repère 1 le repère de VSOP82 et pour repère 2 le repère du FK5, les relations (4.5.25) et (4.5.26) jointes aux équations (4.2.6), (4.2.9) et (4.2.12), donnant respectivement

ε_2 $(= \varepsilon_0)$, ε_1 $(= \varepsilon^I_{VSOP})$ et $\Delta\phi$ $(= -\gamma_{FK5}\gamma^I_{VSOP})$, permettent de calculer les matrices E de (4.3.1.1) et EM de (4.3.1.2) à des différences provenant d'arrondis près.

4.6. BIBLIOGRAPHIE

Aoki, S., Guinot, B., Kaplan, G.H., Kinoshita, H., McCarthy, D.D., Seidelmann, P.K. : 1982, The new definition of Universal Time, *Astron. Astrophys.* **105**, 359.

Aoki, S., Kinoshita, H. : 1983, Note on the relation between the equinox and Guinot's non-rotating origin, *Celest. Mech.* **29**, 335.

Arias, E.F., Feissel, M. : 1990, The celestial system of the International Earth Rotation Service, in *Inertial coordinate systems on the sky, IAU Symposium 141*, J.H. Lieske and V.K. Abalakin eds., Kluwer, Dordrecht, 119.

Arias, E.F., Lestrade, J.-F. : 1991, Link between Hipparcos and VLBI celestial reference frames, in *Proceedings of the 127th Colloquium of the IAU*, J.A. Hughes, C.A. Smith and G.H. Kaplan eds., USNO, Washington D.C., 202.

Bretagnon, P. : 1980, Théorie au deuxième ordre des planètes inférieures, *Astron. Astrophys.* **84**, 329.

Bretagnon, P. : 1982, Théorie du mouvement de l'ensemble des planètes. Solution VSOP82, *Astron. Astrophys.* **114**, 278.

Bretagnon, P., Chapront, J. : 1981, Notes sur les formules pour le calcul de la précession, *Astron. Astrophys.* **103**, 103.

Brumberg, V.A. : 1991a, Relativistic hierarchy of reference systems and time scales, in *Proceedings of the 127th Colloquium of the IAU*, J.A. Hughes, C.A. Smith and G.H. Kaplan eds., USNO, Washington D.C., 36.

Brumberg, V.A. : 1991b, *Essential relativistic celestial mechanics*, Adam Hilger, Bristol, Philadelphia and New-York.

Brumberg, V.A. : 1995, General relativistic description of Earth's rotation in different reference systems, *J. Geodynamics* **20**, 181.

Brumberg, V.A., Bretagnon, P., Francou, G. : 1991, Analytical algorithms of relativistic reduction of astronomical observations, in *Journées 1991, Systèmes de référence spatio-temporels*, N. Capitaine éd., observatoire de Paris, 141.

Brumberg, V.A., Bretagnon, P., Guinot, B. : 1996, Astronomical units and constants in the general relativity framework, *Celest. Mech. Dyn. Astron.*, **64**, 231.

Brumberg, V.A., Kopejkin, S.M. : 1989, Relativistic theory of celestial reference frames, in *Reference frames in astronomy and geophysics*, J. Kovalevsky, I.I. Mueller and B. Kolaczek eds., Kluwer, Dordrecht, 115.

Capitaine, N. : 1990, The celestial pole coordinates, *Celest. Mech. Dyn. Astron.* **48**, 127.

Capitaine, N., Guinot, B., Souchay, J. : 1986, A non-rotating origin on the instantaneous equator : definition, properties and use, *Celest. Mech.* **39**, 283.

Chapront-Touzé, M., Chapront, J. : 1983, The Lunar ephemeris ELP 2000, *Astron. Astrophys.* **124**, 50.

De Sitter, W. : 1938, On the system of astronomical constants, *Bull. Astron. Inst. Netherlands* **8**, 213.

Dickey, J.O. : 1989, Intercomparisons between kinematic and dynamical systems, in *Reference frames in astronomy and geophysics*, J. Kovalevsky, I.I. Mueller and B. Kolaczek eds., Kluwer, Dordrecht, 305.

Feissel, M. : 1991, Permanent milliarcsecond link of celestial and terrestrial reference systems, in *Proceedings of the 127th Colloquium of the IAU*, J.A. Hughes, C.A. Smith and G.H. Kaplan eds., USNO, Washington D.C., 101.

Francou, G., Bergeal, L., Chapront, J., Morando, B. : 1983, Nouvelles éphémérides du Soleil, de la Lune et des planètes, *Astron. Astrophys.* **128**, 124.

Fricke, W. : 1967, Precession and galactic rotation derived from fundamental proper motions of distant stars, *Astron. J.* **72**, 1368.

Fricke, W. : 1977, Arguments in favour of a change in precession, *Astron. Astrophys.* **54**, 363.

Fricke, W. : 1981, Realization of the reference frame in the FK5, in *Reference coordinate systems for Earth dynamics*, E.M. Gaposchkin and B. Kolaczek eds., Kluwer, Dordrecht, 331.

Fricke, W. : 1982a, Determination of the equinox and equator of the FK5, *Astron. Astrophys.* **107**, L13.

Fricke, W. : 1982b, Determination of positions and the reference systems, *Mittelungen serie B* **109**, 43.

Fricke, W. : 1985, Fundamental catalogues, past, present and future, *Celest. Mech.* **36**, 207.

Fricke, W., Kopff, A. : 1963, Fourth fundamental catalogue, in *Veröff. Astron. Rechen-Institute Heidelberg* **10**.

Fricke, W., Schwan, H., Lederle, T. : 1988, Fifth fundamental catalogue FK5, in *Veröff. Astron. Rechen-Institute Heidelberg* **32**.

Guinot, B. : 1979, Basic problems in the kinematics of the rotation of the Earth, in *Time and the Earth's rotation*, D.D. McCarthy and J.D. Pilkington eds., Reidel, 7.

Jacobson, R.A. : 1991, Triton and Nereid astrographic observations from Voyager 2, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* **90**, 541.

Kinoshita, H., Aoki, S. : 1983, The definition of the ecliptic, *Celest. Mech.* **31**, 329.

Kovalevsky, J. : 1989, Stellar reference frames, in *Reference frames in astronomy and geophysics*, J. Kovalevsky, I.I. Mueller and B. Kolaczek eds., Kluwer, Dordrecht, 15.

Kovalevsky, J. : 1991, Preliminary report of the work of the subgroup on coordinate frames and origins, in *Proceedings of the 127th Colloquium of the IAU*, J.A. Hughes, C.A. Smith and G.H. Kaplan eds., USNO, Washington D.C., 17.

Kovalevsky, J., Mueller, I.I. : 1989, Introduction, in *Reference frames in astronomy and geophysics*, J. Kovalevsky, I.I. Mueller and B. Kolaczek eds., Kluwer, Dordrecht, 1.

Lieske, J.H., Lederle, T., Fricke, W., Morando, B. : 1977, Expressions for the precession quantities based upon the IAU (1976) system of astronomical constants, *Astron. Astrophys.* **58**, 1.

Ma, C. : 1989, Extragalactic reference frames, in *Reference frames in astronomy and geophysics*, J. Kovalevsky, I.I. Mueller and B. Kolaczek eds., Kluwer, Dordrecht, 43.

Ma, C., Shaffer, D.B. : 1991, Stability of the extragalactic reference frame realized by VLBI, in *Proceedings of the 127th Colloquium of the IAU*, J.A. Hughes, C.A. Smith and G.H. Kaplan eds., USNO, Washington D.C., 135.

Morando, B., Bec-Borsenberger, A. : 1990, The reference frame determined from the observation of minor planets by Hipparcos, in *Inertial coordinate systems on the sky, IAU Symposium 141*, J.H. Lieske and V.K. Abalakin eds., Kluwer, Dordrecht, 329.

Newcomb, S. : 1899, Catalogue of fundamental stars, *Astron. Pap. Amer. Ephem.* **8**, part. II.

Newhall, XX, Standish, E.M., Williams, J.G. : 1983, DE102 : a numerically integrated ephemeris of the Moon and planets spanning forty-four centuries, *Astron. Astrophys.* **125**, 150.

Standish, E.M. : 1981, Two differing definitions of the dynamical equinox and the mean obliquity, *Astron. Astrophys.* **101**, L17.

Standish, E.M. : 1982, Orientation of the JPL ephemerides, DE200/LE200 to the dynamical equinox of J2000, *Astron. Astrophys.* **114**, 297.

Standish, E.M., Williams, J.G., Newhall, XX : 1981, Intégration numérique DE200/LE200, bande magnétique.

UAI : 1978, Proceedings of the 16th general assembly, Grenoble, 1976, *Trans. IAU* **XVI B**, Reidel, Dordrecht, 58.

Wahr, J. : 1981, The forced nutations of an elliptical, rotating, elastic and oceanless Earth, *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.* **64**, 705.

Williams, J.G., Standish, E.M. : 1989, Dynamical reference frames in the planetary and Earth-Moon systems, in *Reference frames in astronomy and geophysics*, J. Kovalevsky, I.I. Mueller and B. Kolaczek eds., Kluwer, Dordrecht, 67.

Woolard, E.W. : 1953, Theory of the rotation of the Earth around its center of mass, *Astron. Pap. Amer. Ephem.* **XV**, I.

Woolard, E.W., Clemence, G.M. : 1966, *Spherical astronomy*, Academic Press, New-York.