CHAPITRE **5**

PRÉCESSION-NUTATION

5.1. INTRODUCTION

Le plan de l'équateur, défini comme le plan normal à l'axe de rotation de la Terre, et le plan de l'écliptique, défini comme le plan contenant le rayon vecteur Soleil-Terre et le vecteur vitesse orbitale de la Terre, ne sont pas fixes par rapport à un système de référence céleste inertiel. Leur déplacement au cours du temps constitue le phénomène de précession-nutation. La *précession* regroupe, par convention, l'ensemble des termes séculaires, c'est-à-dire des termes dépendant des premières puissances du temps ; ces termes peuvent provenir du développement de termes périodiques à très longues périodes ou bien être de véritables termes séculaires. La *nutation* regroupe l'ensemble des termes périodiques et de Poisson explicitement conservés comme tels.

La représentation mathématique des déplacements dus à l'action du couple luni-solaire, ou *précession* et *nutation luni-solaires*, s'obtient par la résolution des équations de la rotation de la Terre, tandis que celle des déplacements dus à l'action des planètes, ou précession planétaire, s'obtient par l'intégration du mouvement de l'ensemble des planètes du système solaire ; les amplitudes des différents déplacements dépendent de constantes d'intégration à déterminer par l'observation.

La figure 5.1 représente le déplacement céleste du pôle de rotation de la Terre produit par le phénomène de précession-nutation luni-solaire vu de l'extérieur de la sphère céleste, dans un plan parallèle au plan de l'écliptique (a) et dans un plan perpendiculaire (b).

Ces déplacements de l'équateur et de l'écliptique dus à la précession et à la nutation provoquent des variations des coordonnées des objets célestes définies par rapport à l'équateur (coordonnées équatoriales) ou l'écliptique (coordonnées écliptiques) et comptées par rapport au point γ, nœud ascendant de l'écliptique sur l'équateur.

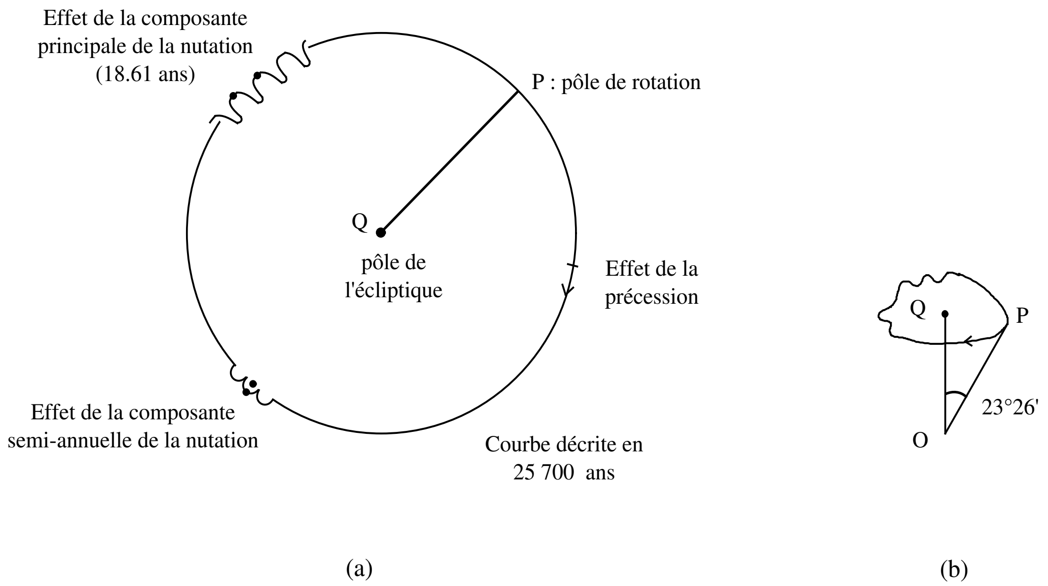


Fig. 5.1. Déplacement céleste du pôle de rotation produit par la précession-nutation luni-solaire.

5.2. DESCRIPTION DES DIFFÉRENTES COMPOSANTES DU PHÉNOMÈNE

5.2.1. La précession luni-solaire

La composante principale de la précession fait décrire à l'axe de rotation un cône de demi-ouverture $23°26'$ autour de l'axe de l'écliptique en 25 700 ans et produit ainsi un déplacement de l'ordre de $50''$ par an du point γ. La précession des équinoxes fut découverte, grâce à son amplitude importante, par Hipparque, au deuxième siècle avant notre ère au cours de la construction du premier grand catalogue d'étoiles comportant les coordonnées d'environ 1 000 étoiles. Hipparque constata en effet une variation de la longitude écliptique des étoiles de l'ordre de 1° par siècle en comparant les valeurs obtenues par lui-même à celles que Timocharis avait obtenues un siècle et demi plus tôt (Neugebauer, 1975) ; ainsi la longitude céleste de l'étoile α Virginis, appelée l'Épi de la Vierge, ou Spica, avait été évaluée, approximativement, à 172° par Timocharis vers l'an 290 avant notre ère et à 174° par Hipparque vers l'an 140 avant notre ère, ce qui correspond à une variation de l'ordre de 2° en 150 ans, c'est-à-dire environ $50''$ par an, en moyenne. Cette variation fut interprétée correctement par Hipparque comme un déplacement rétrograde de l'équinoxe le long de l'écliptique, puis par Ptolémée comme une rotation d'ensemble des étoiles fixes autour des pôles de l'écliptique. Copernic admit au seizième siècle qu'il s'agissait d'une variation de la direction de l'axe de rotation dans l'espace, et Newton expliqua, au dix-septième siècle, qu'elle était produite par l'action du couple luni-solaire sur le renflement équatorial de la Terre.

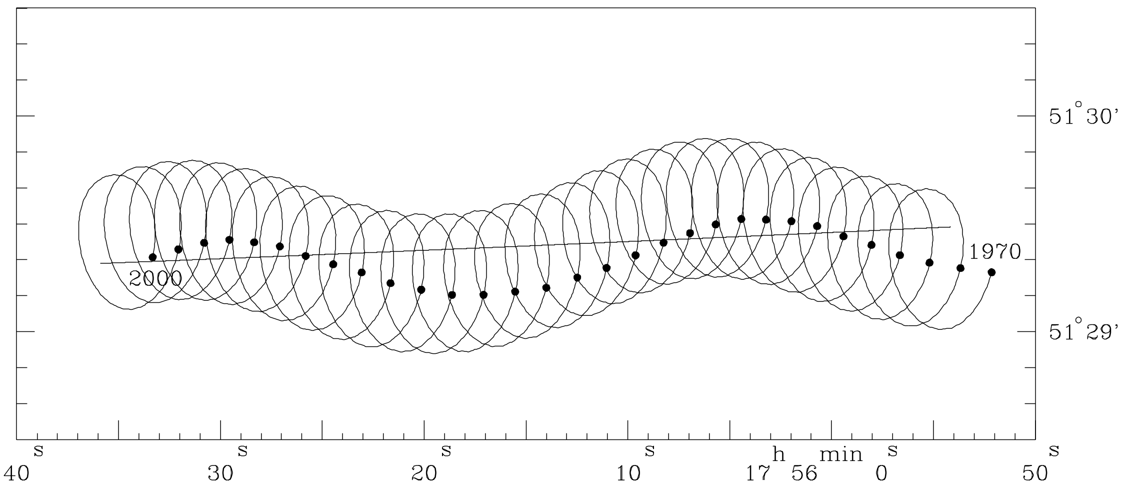


Fig. 5.2. Variations, sous l'effet de l'aberration annuelle et de la précession-nutation, des coordonnées de l'étoile γ Draconis sur l'intervalle [1970, 2000].

5.2.2. La nutation luni-solaire

La nutation est une somme de termes périodiques qui produit des ondulations autour du cône de précession, avec des périodes comprises entre 4 jours et 18.61 ans et des amplitudes atteignant $9''.20$, ainsi que des oscillations de l'équinoxe vrai le long de l'écliptique, de mêmes périodes et avec des amplitudes atteignant $17''.2$. La nutation luni-solaire fut prévue par Newton, mais sa composante principale, de période 18.61 ans, ne fut découverte qu'en 1748 par Bradley, qui avait dejà découvert l'aberration annuelle (*cf.* 7.1.1.5), par l'interprétation d'une série d'observations de l'étoile γ Draconis d'une durée de vingt années. D'Alembert en donna l'explication, l'année suivante, en construisant la première théorie analytique du mouvement de précession-nutation de la Terre. La figure 5.2 montre les variations des coordonnées de γ Draconis, sur l'intervalle [1970, 2000], sous l'effet de la précession (trait plein presque rectiligne), de la nutation (lieu des points ronds représentant les positions apparentes au début de chaque année) et de l'aberration (boucles annuelles de la courbe).

La modification des amplitudes des composantes de la nutation céleste par la non-rigidité de la Terre, en particulier par l'élasticité du manteau et par l'existence d'un noyau fluide à l'intérieur de la Terre, a été découverte et interprétée correctement dès la fin du dix-neuvième siècle et le début du vingtième siècle. Toutefois, il a fallu attendre 1984 pour que soit adoptée par l'UAI une représentation conventionnelle de la nutation relative à un modèle de Terre non-rigide déduit de la sismologie.

5.2.3. La précession planétaire

Le lent mouvement de l'écliptique dû à l'action gravitationnelle des planètes sur la Terre consiste en un déplacement de la ligne des nœuds de l'écliptique mobile sur un plan fixe, par exemple l'écliptique J2000, et en une lente rotation de l'écliptique autour de la ligne des nœuds. Ce mouvement de précession planétaire est issu de la composition de plusieurs termes périodiques, dont les plus importants ont des périodes de l'ordre de 75 000 ans, qui sont développés en puissances du temps.

La valeur de la longitude du nœud ascendant de l'écliptique mobile sur l'écliptique J2000 est de $174°52'23''.988$ en J2000. Le déplacement du plan de l'écliptique est responsable d'une précession additionnelle de l'équinoxe, de l'ordre de $10''$ par siècle, et d'une variation de l'ordre de $47''$ par siècle de l'obliquité de l'écliptique pour la période actuelle. Le déplacement du plan de l'écliptique fut soupçonné par Euler au dix-huitième siècle ; il l'expliqua à partir des perturbations planétaires s'exerçant sur l'orbite de la Terre.

5.2.4. La précession générale

L'ensemble de la précession luni-solaire et de la précession planétaire constitue la *précession générale*. Le déplacement séculaire de l'équinoxe le long de l'écliptique mobile est la précession générale en longitude. Cet effet résulte de la précession luni-solaire dans le sens rétrograde le long de l'écliptique de l'époque de référence et de la précession planétaire dans le sens direct sur l'équateur mobile, due au déplacement de l'écliptique.

5.2.5. La précession géodésique

Si l'on se place dans le cadre de la relativité générale, un système de référence géocentrique DGRS placé dans le champ gravitationnel du Soleil est soumis à une rotation relativiste par rapport à un système de référence barycentrique BRS ; le terme séculaire principal de cette rotation, d'amplitude $1''.92$ par siècle, est appelé *précession géodésique* (*cf.* 4.1.1.2) ou précession de De Sitter (1916). Il existe également des termes périodiques dont le plus important est de période annuelle et d'amplitude $1''.53 \times 10^{-4}$; ces termes périodiques, qui constituent la *nutation géodésique*, ne sont pas considérés dans le modèle conventionnel actuel de la nutation. La précession et la nutation géodésiques sont inséparables des autres effets de précession-nutation dans les observations.

5.2.6. La nutation planétaire

L'équateur subit également des perturbations planétaires à courtes périodes, d'amplitudes inférieures à $10^{-4''}$, dues principalement à Vénus et Jupiter. Ces termes ne sont pas pris en compte dans le modèle conventionnel actuel de la précession-nutation, mais les nutations d'origine planétaire sont considérées dans des développements plus récents (Kinoshita et Souchay, 1990).

5.3. EXPLICATION SCHÉMATIQUE DE LA PRÉCESSION ET DE LA NUTATION LUNI-SOLAIRES

L'attraction luni-solaire a pour effet de faire graviter le barycentre du système Terre-Lune autour du Soleil et le centre de masse de la Lune autour de la Terre. À l'effet de la force d'attraction luni-solaire s'ajoute l'effet du couple luni-solaire sur l'ensemble des masses de la Terre ; celle-ci n'étant pas un corps sphérique et homogène, mais un ellipsoïde de révolution aplati, le couple n'est pas nul. La figure 5.3 donne la représentation intuitive, due à Newton, du couple produit par l'attraction du Soleil S, appliqué d'une part à la partie de la Terre située à l'intérieur de la sphère de centre O et tangente intérieurement à l'ellipsoïde terrestre en ses deux pôles (points A et B, ainsi que A′ et B′), et d'autre part, à la partie de l'ellipsoïde extérieure à la sphère appelée bourrelet équatorial (points M et M′). Le couple résultant appliqué à l'ensemble des masses contenues dans la sphère est nul, par raison de symétrie, tandis que le couple résultant appliqué au bourrelet équatorial est situé dans l'équateur et normal au plan de la figure.

L'attraction du Soleil sur l'ensemble des masses de la Terre produit ainsi un couple qui tendrait à faire coïncider l'équateur avec l'écliptique si la Terre n'avait pas de rotation ; par suite de la rotation de la Terre, ce couple produit un déplacement de l'axe de rotation de la Terre de direction OP autour de l'axe de l'écliptique OQ avec une vitesse perpendiculaire au plan OPS. Le couple produit par l'attraction solaire est variable avec la déclinaison du Soleil : il est nul aux équinoxes et maximum aux solstices. Ce couple présente ainsi une inégalité de période semi-annuelle et également toutes les autres inégalités périodiques liées à l'orbite de la Terre autour du Soleil.

L'attraction de la Lune sur l'ensemble des masses de la Terre produit un couple similaire, le plan de révolution de la Lune autour de la Terre ayant une très faible inclinaison, en moyenne de 5°.2, sur le plan de l'écliptique ; l'amplitude de ce couple est environ 2.2 fois plus grande que pour le Soleil et présente des variations périodiques très importantes. En effet, la Lune décrit autour de la Terre une orbite dont l'inclinaison avec le plan de l'écliptique est variable. Le nœud ascendant sur l'écliptique rétrograde avec une période de 18.61 ans, ce qui produit une oscillation du nœud ascendant de cette orbite dans l'équateur de part et d'autre du point γ dont il peut s'écarter de 13°. Le couple produit par l'attraction lunaire est ainsi variable avec la déclinaison de la Lune et de période 13.66 jours, ainsi qu'avec la longitude du nœud ascendant de son orbite sur l'écliptique de période 18.61 ans ; il comprend également toutes les autres inégalités périodiques liées à l'orbite de la Lune autour de la Terre.

La précession luni-solaire est produite par la partie constante du couple perturbateur total ; elle fait décrire, au pôle de rotation, un cercle autour du pôle de l'écliptique en 25 700 ans environ (Fig. 5.1). Le pôle de rotation animé du seul mouvement de précession est appelé pôle moyen.

La nutation luni-solaire est produite par l'ensemble des termes périodiques du couple luni-solaire. Chacun des termes de nutation, considéré séparément, fait décrire au pôle vrai une ellipse de nutation autour du pôle moyen, de demi-grand axe de l'ordre de $9''.20$ pour le terme principal de période 18.61 ans, $0''.57$ pour le terme semi-annuel et $0''.098$ pour le terme semi-mensuel.

Le cône des directions de l'axe de rotation dû à l'ensemble du phénomène de précession-nutation luni-solaire a pour base une courbe de forme cycloïdale non bouclée autour du pôle de l'écliptique. La figure 5.4 (a) illustre la composition du déplacement annuel de précession du pôle moyen P_m avec la nutation semi-annuelle du pôle vrai P_v autour de P_m et la figure 5.4 (b) illustre le déplacement du pôle P_v sur 6 mois résultant de la précession, de la nutation semi-annuelle et de la nutation semi-mensuelle. Les points de rebroussement E_1, E_2, E'_1 correspondent aux équinoxes et les points S_1 et S_2 aux solstices.

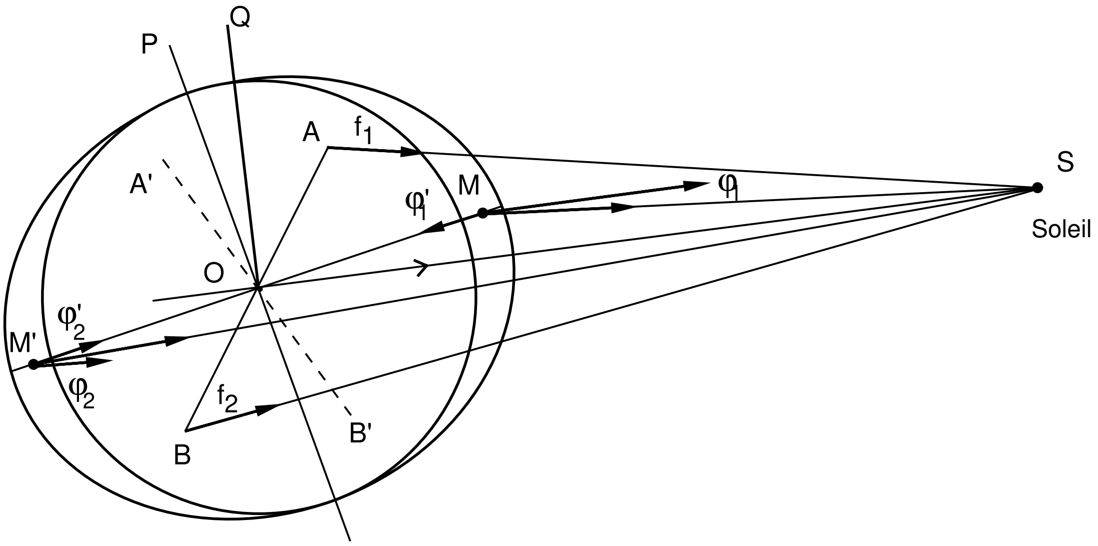


Fig. 5.3. Représentation schématique de l'action du couple solaire sur la Terre.

5.4. REPRÉSENTATION CLASSIQUE DES EFFETS DE PRÉCESSION-NUTATION

On sépare généralement les effets de la précession et de la nutation en distinguant les éléments vrais d'une date t, rapportés aux plans vrais, des éléments moyens de la même date t rapportés aux plans moyens.

Les plans moyens sont des plans fictifs affectés par la seule précession ; ils se déduisent soit des plans moyens de l'époque de référence, par exemple J2000, en ne considérant que l'effet de la précession entre cette époque et la date t, soit des plans vrais de la date t, en retranchant l'effet de la nutation.

En fait, les observations astrométriques se rapportent bien directement à l'équateur vrai, mais, excepté les effets d'aberration et de parallaxe annuelles, ces observations ne sont sensibles à la

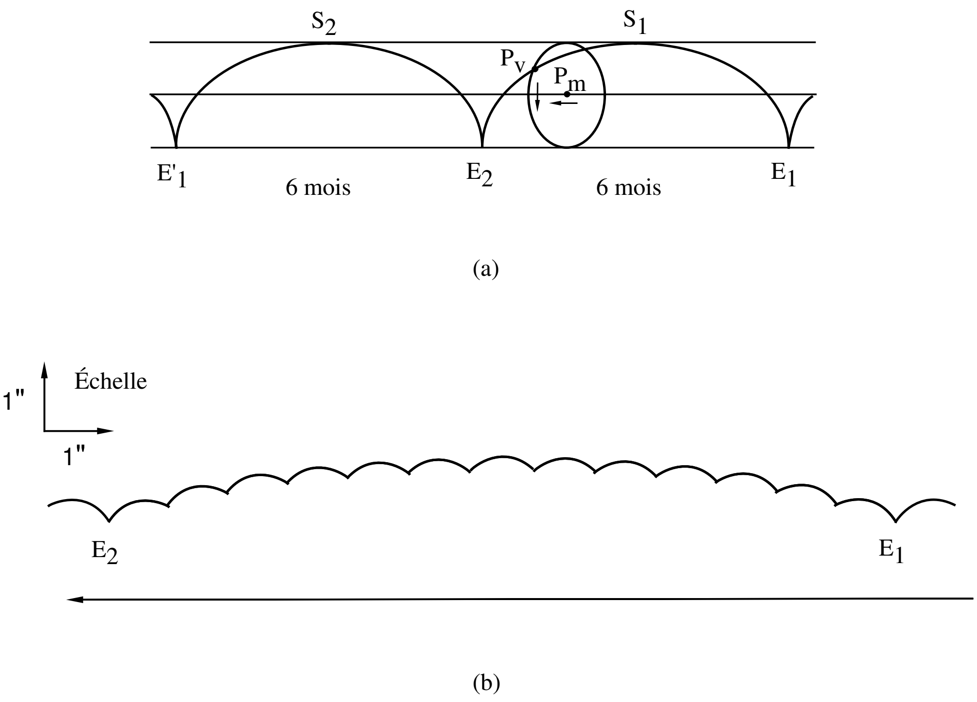


Fig. 5.4. Composition du déplacement de précession du pôle moyen P_m avec les composantes semi-annuelle et semi-mensuelle de la nutation luni-solaire (a) et déplacement du pôle vrai P_v sur 6 mois (b) (d'après Melchior, 1973).

position de l'écliptique qu'au deuxième ordre, par l'intermédiaire de l'effet de l'orientation du couple de précession-nutation sur la position de l'équateur ; aucune observation astrométrique ne se rapporte directement à l'écliptique vrai, qui n'est donc qu'un intermédiaire de calcul. Pour cette raison, et pour simplifier les développements, les éléments vrais sont, par convention, rapportés à l'équateur vrai et à l'écliptique moyen de la date (*cf.* 4.2.1). De façon classique, les effets de précession et de nutation sont également considérés séparément dans la matrice de transformation de coordonnées faisant passer du repère céleste de référence au repère céleste de la date t, en considérant tout d'abord, une matrice de transformation pour les rotations correspondant à la précession, suivie d'une matrice de transformation pour les rotations correspondant à la nutation.

Le repère céleste équatorial vrai de la date, centré en O et défini par le pôle céleste vrai P_v et par l'équinoxe vrai γ_v de cette date, se déduit du repère céleste équatorial moyen d'une époque de référence, rapporté à P_F et γ_F, réalisé par exemple par un catalogue de coordonnées d'étoiles à l'époque de référence, par un produit de trois rotations ; celles-ci font intervenir l'ascension droite E du pôle céleste vrai de la date dans le repère céleste de l'époque de référence, la distance polaire $d = P_F P_v$ et le déplacement $\gamma_v J - \gamma_F J$ de l'équinoxe en ascension droite, J étant le nœud entre les deux équateurs (Fig. 5.5). On effectue successivement les trois rotations élémentaires (*cf.* 4.5.1.2)

$R_3(90° + E)$, $R_1(d)$, $R_3(-\gamma_v J)$.

Les trois quantités E, d et γ_vJ sont donc suffisantes pour représenter le déplacement de l'équateur entre l'époque de référence et la date t ; le déplacement en déclinaison d ainsi que le déplacement angulaire E dépendent principalement de la précession-nutation luni-solaire, mais également, au deuxième ordre, de la précession planétaire, tandis que le déplacement en ascension droite de l'équinoxe vrai dépend de la précession générale et de la nutation en ascension droite.

Notons que, si on ne tient compte que de la précession, γ_v est confondu avec l'équinoxe moyen de la date γ_D ; E, d et $\gamma_v J = \gamma_D J$ sont alors liés aux angles ζ_A, θ_A et z_A représentés sur la figure 5.6 par :

$$E = -\zeta_A;\ d = \theta_A;\ \gamma_v J = \gamma_D \mathrm{J} = 90° + z_A.$$

De la même façon, en ne tenant compte que de la précession, le repère écliptique de la date défini par le pôle de l'écliptique moyen de la date Q_D et l'équinoxe γ_D se déduit du repère écliptique moyen d'une époque de référence, rapporté à Q_F et γ_F, en effectuant les trois rotations $R_3(\Pi_A)$, $R_1(\pi_A)$ et $R_3(-\Pi_A - \mathcal{P}_A)$ où Π_A (arc γ_FN), π_A (distance polaire $Q_F Q_D$) et $\mathcal{P}_A$ (arc $\gamma_D \mathrm{N} - \gamma_F \mathrm{N}$) sont les angles représentés sur la figure 5.6 et définis au paragraphe 5.5.2.

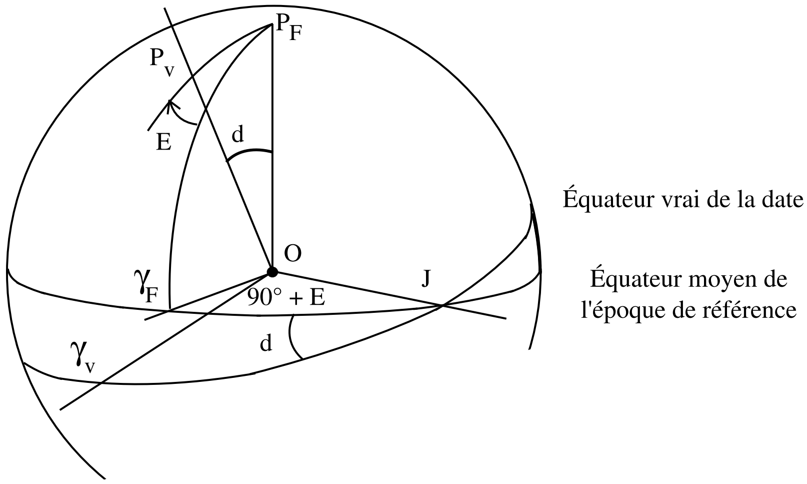


Fig. 5.5. Angles de rotation entre le repère céleste équatorial de la date et le repère céleste équatorial moyen d'une époque de référence.

Les six quantités décrites ci-dessus ne sont pas indépendantes ; en toute rigueur, quatre d'entre elles, les deux coordonnées sphériques polaires du pôle de l'équateur et du pôle de l'écliptique, sont suffisantes pour représenter les déplacements dus à la précession et à la nutation.

Dans la représentation classique, on utilise un nombre plus important de paramètres pour représenter les positions respectives de l'équateur et de l'écliptique à des dates différentes, et l'on donne indépendamment les déplacements de précession et de nutation, les premiers permettant de calculer les coordonnées moyennes, et les seconds, les coordonnées vraies de la date, à partir des coordonnées fournies par un catalogue.

Avec l'utilisation d'ordinateurs, il n'y a aucune difficulté à utiliser des formules rigoureuses de transformation des cosinus directeurs de la direction d'un objet céleste dans un repère écliptique ou équatorial ; celles-ci utilisent un produit de matrices de rotation, dont les éléments sont obtenus à partir des développements complets des paramètres de précession et de nutation, soit équatoriaux, soit écliptiques, en fonction du temps.

5.5. LA PRÉCESSION

Les quantités de précession sont complètement déterminées par les mouvements du pôle de l'équateur et du pôle de l'écliptique. Nous allons tout d'abord établir des expressions utilisant les variations séculaires du pôle de l'écliptique des théories planétaires modernes construites au Bureau des longitudes. Ces expressions utilisent des valeurs des constantes plus récentes que celles du système UAI 1976, actuellement en vigueur, et qu'il est possible de modifier au moyen des dérivées données en 5.5.3.

Nous donnerons ensuite les formules calculées par Lieske et al. (1977), formules basées sur les variations séculaires du pôle de l'écliptique de la théorie du Soleil de Newcomb et sur les constantes du système UAI 1976. Ces dernières formules sont utilisées pour le calcul des éphémérides publiées dans la *Connaissance des Temps* depuis 1984.

5.5.1. Construction d'expressions précises

Désignons par T le temps compté en milliers d'années juliennes à partir de J2000. Les variables q et p définissant les variations séculaires du plan de l'écliptique sur l'écliptique fixe J2000 s'écrivent :

$$q = \sin\frac{\pi}{2}\cos\Pi$$
$$p = \sin\frac{\pi}{2}\sin\Pi$$

où π est l'inclinaison du plan de l'écliptique et Π la longitude du nœud ascendant. Les valeurs utilisées sont issues de VSOP82 (Bretagnon, 1982) et prolongées pour les degrés élevés du temps par Laskar (1986). Nous tenons compte, de plus, des déterminations les plus récentes des masses

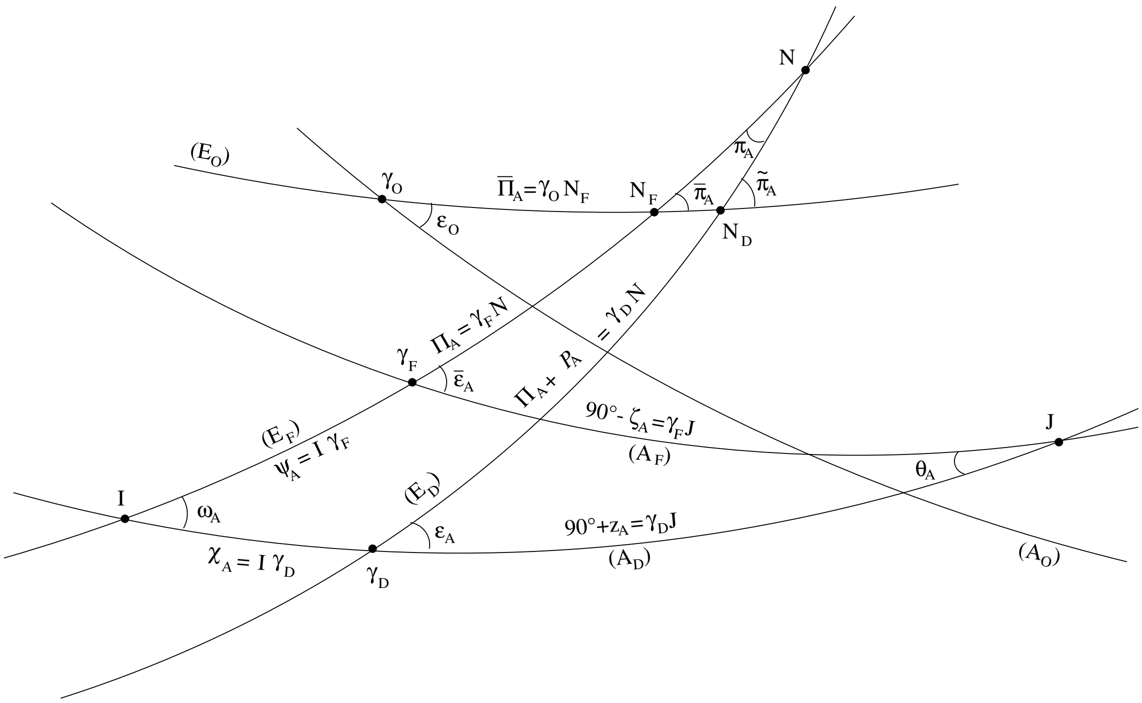


Fig. 5.6. Écliptiques et équateurs moyens aux époques $\sigma_0, \sigma_F, \sigma_D$.

planétaires, issues des IERS standards 1992 (IERS, 1992) et données dans la table 5.1. Nous avons :

$$
\begin{aligned}
q &= -\,0.001\,134\,6953\,T + 0.000\,012\,3731\,T^2 + 12\,654 \times 10^{-10}\,T^3 - 137 \times 10^{-10}\,T^4 - 3 \times 10^{-10}\,T^5,\\
p &= 0.000\,101\,8013\,T + 0.000\,047\,0200\,T^2 - 5\,417 \times 10^{-10}\,T^3 - 251 \times 10^{-10}\,T^4 + 5 \times 10^{-10}\,T^5.
\end{aligned}
\tag{5.5.1}
$$

Désignons par $\mathcal{P}$ la précession générale en longitude accumulée depuis J2000 et par ε l'obliquité moyenne de la date. $\mathcal{P}$ et ε sont aussi les quantités $\overline{\mathcal{P}}_A$ et $\overline{\varepsilon}_A$ définies par les formules (5.5.11). Les équations du mouvement de précession de l'équateur moyen, sous la forme obtenue par Laskar (1986) à partir de Kinoshita (1977), sont les suivantes :

$$
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}\mathcal{P}}{\mathrm{d}T} &= R(\varepsilon) - \frac{\cos\varepsilon}{\sin\varepsilon}\Big[A\,(p,\,q)\sin\mathcal{P} + B\,(p,\,q)\cos\mathcal{P}\Big] - 2C\,(p,\,q) - \mathcal{P}_g,\\
\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}T} &= -B\,(p,\,q)\sin\mathcal{P} + A\,(p,\,q)\cos\mathcal{P},
\end{aligned}
\tag{5.5.2}
$$

Table 5.1. Rapport de la masse du Soleil à la masse des planètes. Valeurs du système UAI 1976, des IERS standards 1992 et incertitude relative $\Delta m/m$.

	UAI 1976	IERS 1992	$\Delta m/m$
Mercure	6 023 600	6 023 600	100×10^{-6}
Vénus	408 523.5	408 523.71	1.25×10^{-6}
Terre + Lune	328 900.5	328 900.56	0.1×10^{-6}
Mars	3 098 710	3 098 708	3×10^{-6}
Jupiter	1 047.355	1 047.3486	1.4×10^{-6}
Saturne	3 498.5	3 497.90	30×10^{-6}
Uranus	22 869	22 902.94	500×10^{-6}
Neptune	19 314	19 412.24	$2\,500 \times 10^{-6}$

avec

$$\begin{aligned} A\,(p,\,q) &= \frac{2}{\sqrt{1-p^2-q^2}}(\dot q + p\,(q\dot p - p\dot q)),\\ B\,(p,\,q) &= \frac{2}{\sqrt{1-p^2-q^2}}(\dot p - q\,(q\dot p - p\dot q)),\\ C\,(p,\,q) &= q\dot p - p\dot q, \end{aligned} \tag{5.5.3}$$

et

$$R\,(\varepsilon) = \frac{3k^2 m_L}{{a_L}^3\,\omega}\,H_d\big[M_0\cos\varepsilon - M_3\frac{m_L}{m_T+m_L}\,\frac{{n_L}^2}{\omega\,n_\Omega}\,H_d(6\cos^2\varepsilon - 1)\big] + \frac{3k^2 m_S}{{a_S}^3\,\omega}\,H_d S_0\cos\varepsilon. \tag{5.5.4}$$

Dans la formule (5.5.2), $\mathcal{P}_g$ représente la précession géodésique ; elle a pour valeur (Brumberg et al., 1991) :

$$\mathcal{P}_g = 19''.199 \ \text{par millier d'années juliennes.} \tag{5.5.5}$$

Dans la formule (5.5.4), $R\,(\varepsilon)$ représente le terme séculaire dû à la perturbation directe luni-solaire. La quantité M_0 est la partie séculaire de $\frac{1}{2}\,(a_L/r)^3\,(1-3\sin^2\beta)$ dans laquelle β représente la latitude de la Lune rapportée à l'écliptique moyen de la date. S_0 est la quantité correspondante pour le Soleil. Le terme dépendant de M_3 provient des perturbations séculaires du deuxième ordre.

Les quantités M_0, M_3 et S_0 ne dépendent que des éléments orbitaux de la Lune et du Soleil. H_d est l'ellipticité dynamique de la Terre, elle est égale à $(2C - A - B)/2C$ où A, B et C sont les moments principaux d'inertie de la Terre. ω est la vitesse angulaire de rotation de la Terre. m_S, m_T et m_L sont les masses du Soleil, de la Terre et de la Lune, respectivement ; n_L est le moyen mouvement sidéral de la Lune, n_Ω est le moyen mouvement du nœud de la Lune ; a_S et a_L sont les demi-grands axes de l'orbite de la Terre et de l'orbite lunaire ; r est la distance Terre-Lune. k est la constante de Gauss.

Les valeurs numériques des quantités M_0, M_3 et S_0 sont données par Kinoshita (1977), Kinoshita et Souchay (1990) et Laskar (1986) :

$$\begin{aligned}
M_0 &= 0.497\,656\,21,\\
M_3 &= 3\,020.251 \times 10^{-6},\\
S_0 &= \frac{1}{2}(1-e^2)^{-3/2} + 1.073 \times 10^{-6}\\
&= 0.500\,210\,53 - 10.5430 \times 10^{-6}\,T - 0.1850 \times 10^{-6}\,T^2 + 116 \times 10^{-10}\,T^3,
\end{aligned}$$

où e représente l'excentricité moyenne de l'orbite terrestre.

Dans la formule (5.5.4) les masses sont exprimées en masse solaire ; k, ω, m_T et le rapport $\frac{m_L}{m_T}$ sont donnés dans la table 2.6 ; a_S est donné au paragraphe 8.1.5.4 ; n_L, a_L, n_Ω sont donnés dans la table 8.2.10.

Les variations séculaires des variables q et p de la Terre étant données par (5.5.1), les relations (5.5.2) à (5.5.5) permettent, en principe, de déterminer complètement les expressions de la précession. On a, pour cela, besoin de deux constantes d'intégration. Par définition la précession en longitude accumulée en J2000 est nulle et pour cette époque $\varepsilon = \varepsilon_0$ est donnée par l'observation. Nous utilisons la valeur de Simon et al. (1994) :

$$\varepsilon_0 = 23°26'21''.412. \tag{5.5.6}$$

L'ellipticité dynamique H_d est mal connue et est déterminée en fonction du terme linéaire de la précession générale en longitude, appelé *constante de la précession*, déduit du terme correspondant de la précession luni-solaire qui est une quantité observée. Nous avons utilisé :

$$\mathcal{P}_1 = \left(\frac{\mathrm{d}\mathcal{P}}{\mathrm{d}T}\right)_{T=0} = 50\,288''.200 \text{ par millier d'années juliennes,} \tag{5.5.7}$$

valeur récente déterminée par Williams et al. (1991).

Or, à $T = 0$, nous avons $\mathcal{P} = 0$, $p = q = 0$, $\varepsilon = \varepsilon_0$,

d'où :

$$\left(\frac{\mathrm{d}\mathcal{P}}{\mathrm{d}t}\right)_{T=0} = R(\varepsilon_0) - 2\,\frac{\cos\varepsilon_0}{\sin\varepsilon_0}\dot{p}_{T=0} - \mathcal{P}_g,$$

où $\dot{p}$ est la dérivée par rapport au temps de la variable p définie par (5.5.1).

On en déduit :

$$H_d = 0.003\,273\,7751.$$

Nous pouvons alors intégrer le système différentiel (5.5.2) par approximations successives et obtenir la précession générale en longitude accumulée depuis J2000 ainsi que l'obliquité moyenne de la date :

$$\begin{aligned}
\mathcal{P} &= 50\,288''.200\,T + 111''.2033\,T^2 + 0''.0773\,T^3 - 0''.2353\,T^4 - 0''.0018\,T^5 + 0''.0002\,T^6,\\
\varepsilon &= 23°26'21''.412 - 468''.0956\,T - 0''.0152\,T^2 + 1''.9989\,T^3 - 0''.0051\,T^4 - 0''.0025\,T^5.
\end{aligned} \tag{5.5.8}$$

Les expressions q et p de la formule (5.5.1) représentent les variations du plan de l'écliptique à la précision de 10^{-9} sur un intervalle de 1000 ans de part et d'autre de J2000 et de 3×10^{-7} sur 6000 ans de part et d'autre de J2000. En ce qui concerne le calcul de la précession générale en longitude $\mathcal{P}$ et de l'obliquité ε, les approximations ont été conduites jusqu'à obtenir une précision de calcul meilleure que $0''.001$ sur 1000 ans et meilleure que $1''$ sur 6000 ans. L'incertitude réelle sur $\mathcal{P}$ et ε est dominée par l'incertitude de $0''.01$ sur l'obliquité ε_0 en J2000 et par l'incertitude de $0''.5$ par millier d'années sur la constante de la précession.

5.5.2. Construction du formulaire de la précession

Considérons une époque de base σ_0 (ici J2000), une époque arbitraire fixe σ_F (par exemple, 2050.0) et l'époque de la date σ_D. Désignons maintenant par T le temps écoulé entre σ_0 et σ_F, par t le temps écoulé entre σ_F et σ_D et par $\tau = T+t$, le temps écoulé entre σ_0 et σ_D. La figure 5.6 représente pour les époques σ_0, σ_F et σ_D les écliptiques moyens E_0, E_F et E_D, les équateurs moyens A_0, A_F et A_D, les équinoxes moyens γ_0, γ_{F}, et γ_{D}. N est l'intersection de E_F et E_D, J l'intersection de A_F et A_D, I l'intersection de E_F et A_D.

Utilisons les notations de Lieske et al. (1977). Pour une variable angulaire quelconque, nous notons α_A la précession accumulée de l'époque σ_F à l'époque σ_D, $\overline{\alpha}_A$ la précession accumulée de l'époque σ_0 à l'époque σ_F et $\widetilde{\alpha}_A$ la précession accumulée de l'époque σ_0 à l'époque σ_D. Nous cherchons à représenter ces expressions sous la forme :

$$\begin{aligned} \alpha_A(T,\,t) &= (\alpha_1 + \alpha_2\,T + \alpha_3\,T^2)\,t + (\alpha'_1 + \alpha'_2\,T)\,t^2 + \alpha''_1\,t^3, \\ \overline{\alpha}_A &= \alpha_1\,T + \alpha'_1\,T^2 + \alpha''_1\,T^3 = \alpha_A\,(0,\,T), \\ \widetilde{\alpha}_A &= \alpha_1\,\tau + \alpha'_1\,\tau^2 + \alpha''_1\,\tau^3 = \alpha_A\,(0,\tau). \end{aligned} \tag{5.5.9}$$

Avec ces notations $\overline{\pi}_A$ représente l'inclinaison de E_F sur E_0, $\widetilde{\pi}_A$ celle de E_D sur E_0. $\overline{\Pi}_A$ et $\widetilde{\Pi}_A$ représentent les longitudes des nœuds $\mathrm{N_F}$ et $\mathrm{N_D}$ correspondant.

Les quantités $\overline{\pi}_A$, $\overline{\Pi}_A$, $\widetilde{\pi}_A$, $\widetilde{\Pi}_A$ se calculent à partir des éléments q et p de la formule (5.5.1) :

$$\begin{aligned} \overline{\pi}_A &= \pi_A\,(0,\,T) \\ &= 469''.9756\,T - 3''.3505\,T^2 - 0''.1237\,T^3 + 0''.0003\,T^4, \\ \widetilde{\pi}_A &= \pi_A\,(0,\,\tau), \\ \overline{\Pi}_A &= \Pi_A\,(0,\,T) \\ &= 174°52'23''.988 - 8\,679''.218\,T + 15''.342\,T^2 + 0''.005\,T^3 - 0''.037\,T^4 - 0''.001\,T^5, \\ \widetilde{\Pi}_A &= \Pi_A(0,\,\tau). \end{aligned} \tag{5.5.10}$$

De même, désignons par $\overline{\mathcal{P}}_A$ la précession générale en longitude entre les époques σ_0 et σ_F, $\widetilde{\mathcal{P}}_A$ la précession générale en longitude entre les époques σ_0 et σ_D, $\overline{\varepsilon}_A$, l'obliquité moyenne à l'époque σ_F et $\widetilde{\varepsilon}_A$ l'obliquité moyenne à l'époque σ_D. Les quantités suivantes s'obtiennent à partir de la formule (5.5.8) :

$$\begin{aligned} \overline{\mathcal{P}}_A &= \mathcal{P}_A\,(0,\,T) = \gamma_{\mathrm{F}}\mathrm{N_F} - \gamma_0\mathrm{N_F} = \mathcal{P}, \\ \widetilde{\mathcal{P}}_A &= \mathcal{P}_A\,(0,\,\tau) = \gamma_{\mathrm{D}}\mathrm{N_D} - \gamma_0\mathrm{N_D}, \\ \overline{\varepsilon}_A &= \varepsilon_A\,(0,\,T) = \varepsilon, \\ \widetilde{\varepsilon}_A &= \varepsilon_A\,(0,\,\tau) = \varepsilon_A(T,\,t). \end{aligned} \tag{5.5.11}$$

Nous pouvons maintenant déterminer l'ensemble des quantités liées à la précession et définies de la manière suivante :

π_A, l'angle entre E_F et E_D;	Π_A, l'arc $\gamma_{\rm F}$N;	$\mathcal{P}_A$, l'arc ($\gamma_{\rm D}$N $-$ $\gamma_{\rm F}$N);
θ_A, l'angle entre A_F et A_D;	ζ_A, l'arc (90° $-$ $\gamma_{\rm F}$J);	z_A, l'arc ($\gamma_{\rm D}$J $-$ 90°);
ω_A, l'angle entre E_F et A_D;	ψ_A, l'arc I$\gamma_{\rm F}$;	χ_A, l'arc I$\gamma_{\rm D}$.

Les formules rassemblées ci-dessous ont été obtenues à partir des expressions (6) et (8) de Simon et al. (1994) tenant compte ainsi des dérivées des expressions par rapport aux masses planétaires et des masses de l'IERS 1992 données dans la table 5.1. L'époque de base σ_0 est J2000 (date julienne 2 451 545.0) ; T et t sont mesurés en milliers d'années juliennes (365 250 jours) :

$$
\begin{aligned}
T &= (\text{date julienne}\,(\sigma_F) - \text{date julienne}\,(\sigma_0))\,/365\,250,\\
t &= (\text{date julienne}\,(\sigma_D) - \text{date julienne}\,(\sigma_F))\,/365\,250,
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\sin\pi_A \sin\Pi_A &= (41''.9961 - 75''.3294\,T + 0''.3179\,T^2 + 0''.3178\,T^3 + 0''.0007\,T^4 - 0''.0004\,T^5)\,t\\
&+ (19''.3971 + 0''.5740\,T - 0''.2541\,T^2 - 0''.0005\,T^3 + 0''.0006\,T^4)\,t^2\\
&+ (-0''.2235 + 0''.0859\,T + 0''.0033\,T^2 - 0''.0003\,T^3)\,t^3\\
&+ (-0''.0104 - 0''.0004\,T + 0''.0002\,T^2)\,t^4 + 0''.0002\,t^5,\\
\sin\pi_A \cos\Pi_A &= (-468''.0956 - 0''.0303\,T + 5''.9967\,T^2 - 0''.0205\,T^3 - 0''.0125\,T^4 - 0''.0002\,T^5)\,t\\
&+ (5''.1043 - 3''.1633\,T - 0''.0326\,T^2 + 0''.0138\,T^3 - 0''.0002\,T^4)\,t^2\\
&+ (0''.5223 + 0''.0318\,T - 0''.0066\,T^2 - 0''.0004\,T^3)\,t^3\\
&+ (-0''.0057 + 0''.0019\,T - 0''.0001\,T^2)\,t^4 - 0''.0001\,t^5,\\
\pi_A &= (469''.9756 - 6''.7011\,T + 0''.0448\,T^2 - 0''.0019\,T^3 - 0''.0001\,T^4)\,t\\
&+ (-3''.3505 + 0''.0448\,T - 0''.0028\,T^2 - 0''.0002\,T^3 + 0''.0001\,T^4)\,t^2\\
&+ (-0''.1237 - 0''.0004\,T - 0''.0002\,T^2 + 0''.0001\,T^3)\,t^3\\
&+ (0''.0003 - 0''.0001\,T + 0''.0001\,T^2)\,t^4,\\
\Pi_A &= 174°52'23''.988 + 32929''.763\,T + 95''.352\,T^2 - 0''.005\,T^3 - 0''.459\,T^4 - 0''.010\,T^5\\
&+ (-8679''.218 - 15''.851\,T - 0''.113\,T^2 - 0''.448\,T^3 - 0''.019\,T^4)\,t\\
&+ (15''.342 - 0''.019\,T - 0''.432\,T^2 - 0''.023\,T^3)t^2\\
&+ (0''.005 - 0''.208\,T - 0''.015\,T^2)\,t^3\\
&+ (-0''.037 - 0''.005\,T)\,t^4 - 0''.001\,t^5,\\
\mathcal{P}_A &= (50288''.200 + 222''.4064\,T + 0''.2095\,T^2 - 0''.9408\,T^3 - 0''.0090\,T^4 + 0''.0010\,T^5)\,t\\
&+ (111''.2033 + 0''.2095\,T - 1''.4111\,T^2 - 0''.0180\,T^3 + 0''.0026\,T^4)\,t^2\\
&+ (0''.0773 - 0''.9410\,T - 0''.0180\,T^2 + 0''.0035\,T^3)t^3\\
&+ (-0''.2353 - 0''.0090\,T + 0''.0026\,T^2)\,t^4\\
&+ (-0''.0018 + 0''.0010\,T)\,t^5 + 0''.0002\,t^6,
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\theta_A = {} & (20042''.0198 - 85''.3137\,T - 0''.2111\,T^2 + 0''.3642\,T^3 + 0''.0008\,T^4 - 0''.0005\,T^5)\,t \\
& + (-42''.6568 - 0''.2111\,T + 0''.5463\,T^2 + 0''.0017\,T^3 - 0''.0012\,T^4)\,t^2 \\
& + (-41''.8238 + 0''.0359\,T + 0''.0027\,T^2 - 0''.0001\,T^3)t^3 \\
& + (-0''.0731 + 0''.0019\,T + 0''.0009\,T^2)\,t^4 \\
& + (-0''.0127 + 0''.0011\,T)\,t^5 + 0''.0004\,t^6, \\
\zeta_A = {} & (23060''.9099 + 139''.7508\,T - 0''.0038\,T^2 - 0''.5918\,T^3 - 0''.0037\,T^4 + 0''.0007\,T^5)\,t \\
& + (30''.2228 - 0''.2523\,T - 0''.3840\,T^2 - 0''.0014\,T^3 + 0''.0007\,T^4)\,t^2 \\
& + (18''.0183 - 0''.1326\,T + 0''.0006\,T^2 + 0''.0005\,T^3)t^3 \\
& + (-0''.0583 - 0''.0001\,T + 0''.0007\,T^2)\,t^4 - 0''.0285\,t^5 - 0''.0002\,t^6, \\
z_A = {} & (23060''.9099 + 139''.7508\,T - 0''.0038\,T^2 - 0''.5918\,T^3 - 0''.0037\,T^4 + 0''.0007\,T^5)\,t \\
& + (109''.5280 + 0''.2446\,T - 1''.3913\,T^2 - 0''.0134\,T^3 + 0''.0026\,T^4)\,t^2 \\
& + (18''.2667 - 1''.1400\,T - 0''.0173\,T^2 + 0''.0044\,T^3)t^3 \\
& + (-0''.2821 - 0''.0093\,T + 0''.0032\,T^2)\,t^4 \\
& + (-0''.0301 + 0''.0006\,T)\,t^5 - 0''.0001\,t^6, \\
\varepsilon_A = {} & 23°26'21''.412 - 468''.0956\,T - 0''.0152\,T^2 + 1''.9989\,T^3 - 0''.0051\,T^4 - 0''.0025\,T^5 \\
& + (-468''.0956 - 0''.0303\,T + 5''.9967\,T^2 - 0''.0205\,T^3 - 0''.0125\,T^4 - 0''.0002\,T^5)\,t \\
& + (-0''.0152 + 5''.9967\,T - 0''.0308\,T^2 - 0''.0250\,T^3 - 0''.0006\,T^4)\,t^2 \\
& + (1''.9989 - 0''.0205\,T - 0''.0250\,T^2 - 0''.0008\,T^3)t^3 \qquad (5.5.12) \\
& + (-0''.0051 - 0''.0125\,T - 0''.0006\,T^2)\,t^4 \\
& + (-0''.0025 - 0''.0002\,T)\,t^5, \\
\omega_A = {} & 23°26'21''.412 - 468''.0956\,T - 0''.0152\,T^2 + 1''.9989\,T^3 - 0''.0051\,T^4 - 0''.0025\,T^5 \\
& + (5''.1294 - 9''.1954\,T + 0''.0298\,T^2 + 0''.0389\,T^3 + 0''.0002\,T^4)\,t^2 \\
& + (-7''.7276 + 0''.0235\,T + 0''.0987\,T^2 - 0''.0001\,T^3)\,t^3 \\
& + (-0''.0048 + 0''.0954\,T - 0''.0007\,T^2)t^4 \\
& + (0''.0333 - 0''.0009\,T)\,t^5 - 0''.0003\,t^6, \\
\psi_A = {} & (50385''.0649 + 49''.2597\,T - 0''.1344\,T^2 - 0''.2115\,T^3 + 0''.0017\,T^4 + 0''.0003\,T^5)\,t \\
& + (-107''.2381 - 1''.0919\,T + 1''.3673\,T^2 + 0''.0137\,T^3 - 0''.0028\,T^4)\,t^2 \\
& + (-1''.1424 + 2''.6425\,T + 0''.0087\,T^2 - 0''.0111\,T^3)\,t^3 \\
& + (1''.3279 - 0''.0110\,T - 0''.0170\,T^2)t^4 \\
& + (-0''.0094 - 0''.0123\,T)\,t^5 - 0''.0035\,t^6, \\
\chi_A = {} & (105''.5769 - 188''.8231\,T - 0''.1888\,T^2 + 0''.7950\,T^3 + 0''.0101\,T^4 - 0''.0009\,T^5)\,t \\
& + (-238''.1396 - 1''.0910\,T + 3''.0291\,T^2 + 0''.0290\,T^3 - 0''.0059\,T^4)\,t^2 \\
& + (-1''.2117 + 3''.9055\,T + 0''.0229\,T^2 - 0''.0159\,T^3)\,t^3 \\
& + (1''.7024 - 0''.0038\,T - 0''.0214\,T^2)\,t^4 \\
& + (-0''.0077 - 0''.0145\,T)\,t^5 - 0''.0040\,t^6.
\end{aligned}
$$

5.5.3. Dérivées des quantités de précession par rapport aux masses des planètes et aux constantes $\mathcal{P}_1$ et ε_0

Dérivées par rapport aux masses des planètes

Les éléments planétaires utilisés ici ont été calculés à l'aide des valeurs des masses planétaires des IERS standards 1992 (IERS, 1992). Ces valeurs sont rassemblées dans la table 5.1 ainsi que leur incertitude relative $\Delta m/m$ estimée à partir de diverses déterminations récentes. La table 5.1 rappelle les valeurs des masses du système UAI 1976.

Lors d'améliorations ultérieures des valeurs des masses planétaires, les expressions donnant les variations du plan de l'écliptique seront légèrement modifiées ainsi que les expressions de la précession. Notons X l'une des quantités de précession (5.5.12), les corrections ΔX données par les variations relatives $\frac{\delta m_p}{m_p}$ des masses planétaires m_p ont la forme :

$$\Delta X = \left[m_p \frac{\partial X}{\partial m_p}\right] \frac{\delta m_p}{m_p}.$$

Notons M, V, Ma, J, S, U, N les variations relatives $\frac{\delta m_p}{m_p}$ correspondant à Mercure, Vénus, Mars, Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune, respectivement (l'erreur sur la masse du système Terre-Lune est trop faible pour avoir une influence sur les quantités de précession). Alors, pour toutes les quantités de précession, les corrections ΔX compatibles avec l'estimation de $\Delta m/m$ de la table 5.1 sont données par :

$$\begin{aligned}
\Delta(\sin\pi_A \sin\Pi_A) &= [(3.0\,\mathrm{M} - 29\,\mathrm{J} - 5.7\,\mathrm{S} - 0.04\,\mathrm{N}) + (-39\,\mathrm{J} - 3.1\,\mathrm{S})\,T\,]\,t,\\
\Delta(\sin\pi_A \cos\Pi_A) &= [(-2.7\,\mathrm{M} - 286\,\mathrm{V} - 159\,\mathrm{J} - 13.0\,\mathrm{S} - 0.04\,\mathrm{N}) + (1.4\,\mathrm{S})\,T\,]\,t,\\
\Delta\pi_A &= [(3.0\,\mathrm{M} + 291\,\mathrm{V} + 156\,\mathrm{J} + 12.4\,\mathrm{S} + 0.04\,\mathrm{N})]\,t,\\
\Delta\Pi_A &= [(-1\,228\,\mathrm{M} - 18\,371\,\mathrm{V} - 2\,410\,\mathrm{Ma} + 18\,994\,\mathrm{J} + 2\,995\,\mathrm{S} - 7\,\mathrm{U} + 18.3\,\mathrm{N})\\
&\qquad + (92\,\mathrm{M} + 10\,490\,\mathrm{V} + 6\,018\,\mathrm{J} + 502\,\mathrm{S} + 3\,\mathrm{U} + 1.8\,\mathrm{N})\,T\,]\\
&\quad + [(46\,\mathrm{M} + 5\,245\,\mathrm{V} + 3\,009\,\mathrm{J} + 251\,\mathrm{S} + 1.5\,\mathrm{U} + 0.9\,\mathrm{N})]\,t,\\
\Delta\mathcal{P}_A &= [(1.8\,\mathrm{M} + 190\,\mathrm{V} + 106\,\mathrm{J} + 8.7\,\mathrm{S} + 0.03\,\mathrm{N})\,T\,]\,t + [(53\,\mathrm{J} + 4.4\,\mathrm{S})]\,t^2,\\
\Delta\theta_A &= [(2.8\,\mathrm{M} - 27\,\mathrm{J} - 5.2\,\mathrm{S} - 0.03\,\mathrm{N}) + (-29\,\mathrm{J} - 2.3\,\mathrm{S})\,T\,]\,t + [(-1.2\,\mathrm{S})]\,t^2,\\
\Delta\zeta_A &= [(1.1\,\mathrm{S}) + (64\,\mathrm{J} + 5.2\,\mathrm{S})\,T\,]\,t + [(1.3\,\mathrm{S})]\,t^2, \qquad\qquad (5.5.13)\\
\Delta z_A &= [(1.1\,\mathrm{S}) + (64\,\mathrm{J} + 5.2\,\mathrm{S})\,T\,]\,t + [(49\,\mathrm{J} + 4.0\,\mathrm{S})]\,t^2,\\
\Delta\varepsilon_A &= [(-2.7\,\mathrm{M} - 286\,\mathrm{V} - 159\,\mathrm{J} - 13.0\,\mathrm{S} - 0.04\,\mathrm{N})\,T\,]\\
&\quad + [(-2.7\,\mathrm{M} - 286\,\mathrm{V} - 159\,\mathrm{J} - 13.0\,\mathrm{S} - 0.04\,\mathrm{N}) + (1.4\,\mathrm{S})\,T\,]\,t,\\
\Delta\omega_A &= [(-2.7\,\mathrm{M} - 286\,\mathrm{V} - 159\,\mathrm{J} - 13.0\,\mathrm{S} - 0.04\,\mathrm{N})\,T\,],\\
\Delta\psi_A &= [(7.0\,\mathrm{M} + 156\,\mathrm{V} - 67\,\mathrm{J} - 13.1\,\mathrm{S} - 0.09\,\mathrm{N}) + (1.3\,\mathrm{S})\,T\,]\,t + [(-36\,\mathrm{J} - 3.0\,\mathrm{S})]\,t^2,\\
\Delta\chi_A &= [(7.7\,\mathrm{M} + 170\,\mathrm{V} - 73\,\mathrm{J} - 14.3\,\mathrm{S} - 0.10\,\mathrm{N})\\
&\qquad + (-1.6\,\mathrm{M} - 175\,\mathrm{V} - 97\,\mathrm{J} - 8.0\,\mathrm{S} - 0.03\,\mathrm{N})\,T\,]\,t\\
&\quad + [(-1.6\,\mathrm{M} - 175\,\mathrm{V} - 97\,\mathrm{J} - 8.0\,\mathrm{S} - 0.03\,\mathrm{N})]\,t^2.
\end{aligned}$$

Dérivées par rapport aux constantes $\mathcal{P}_1$ et ε_0

Les corrections ΔX des quantités de précession X données par les accroissements $\Delta\mathcal{P}_1$ et $\Delta\varepsilon_0$ de $\mathcal{P}_1$ et ε_0 ont la forme :

$$\Delta X = \frac{\partial X}{\partial \mathcal{P}_1}\,\Delta\mathcal{P}_1 + \frac{\partial X}{\partial \varepsilon_0}\,\Delta\varepsilon_0.$$

Pour toutes les quantités de précession, ces corrections à ajouter aux formules (5.5.12) sont données par :

$$\begin{aligned}
\Delta(\sin\pi_A \sin\Pi_A) &= [(-0.0023\,\Delta\mathcal{P}_1)\,T\,]\,t,\\
\Delta(\sin\pi_A \cos\Pi_A) &= [(0.0004\,\Delta\mathcal{P}_1)\,T^2\,]\,t,\\
\Delta\pi_A &= 0,\\
\Delta\Pi_A &= [(\Delta\mathcal{P}_1)\,T + (0.003\,\Delta\mathcal{P}_1)\,T^2\,],\\
\Delta\mathcal{P}_A &= [\Delta\mathcal{P}_1 + (0.0062\,\Delta\mathcal{P}_1 - 0.0016\,\Delta\varepsilon_0)\,T\,]\,t + [(0.0031\,\Delta\mathcal{P}_1)]\,t^2,\\
\Delta\theta_A &= [(0.3978\,\Delta\mathcal{P}_1 + 0.2236\,\Delta\varepsilon_0) + (-0.0017\,\Delta\mathcal{P}_1)\,T\,]\,t\\
&\quad + [(-0.0008\,\Delta\mathcal{P}_1)]\,t^2 + [(-0.0025\,\Delta\mathcal{P}_1)]\,t^3,\\
\Delta\zeta_A &= [(0.4588\,\Delta\mathcal{P}_1 - 0.0485\,\Delta\varepsilon_0) + (0.0038\,\Delta\mathcal{P}_1)\,T\,]\,t\\
&\quad + [(0.0009\,\Delta\mathcal{P}_1)]\,t^2 + [(0.0011\,\Delta\mathcal{P}_1)]\,t^3, \qquad (5.5.14)\\
\Delta z_A &= [(0.4588\,\Delta\mathcal{P}_1 - 0.0485\,\Delta\varepsilon_0) + (0.0038\,\Delta\mathcal{P}_1)\,T\,]\,t\\
&\quad + [(0.0028\,\Delta\mathcal{P}_1)]\,t^2 + [(0.0011\,\Delta\mathcal{P}_1)]\,t^3,\\
\Delta\varepsilon_A &= [\Delta\varepsilon_0] + [(0.0004\,\Delta\mathcal{P}_1)\,T^2\,]\,t + [(0.0004\,\Delta\mathcal{P}_1)\,T\,]\,t^2,\\
\Delta\omega_A &= [\Delta\varepsilon_0] + [(-0.0005\,\Delta\mathcal{P}_1)\,T\,]\,t^2 + [(-0.0003\,\Delta\mathcal{P}_1)]\,t^3,\\
\Delta\psi_A &= [(\Delta\mathcal{P}_1 - 0.0013\,\Delta\varepsilon_0) + (0.0010\,\Delta\mathcal{P}_1)\,T\,]\,t + [(-0.0021\,\Delta\mathcal{P}_1 + 0.0021\,\Delta\varepsilon_0)]\,t^2,\\
\Delta\chi_A &= [(-0.0012\,\Delta\varepsilon_0) + (-0.0057\,\Delta\mathcal{P}_1 + 0.0021\,\Delta\varepsilon_0)\,T\,]\,t\\
&\quad + [(-0.0057\,\Delta\mathcal{P}_1 + 0.0027\,\Delta\varepsilon_0) + (0.0003\,\Delta\mathcal{P}_1)\,T^2\,]\,t^2 + [(0.0003\,\Delta\mathcal{P}_1)\,T\,]\,t^3.
\end{aligned}$$

Dans les expressions (5.5.14), $\Delta\mathcal{P}_1$ est mesuré en secondes de degré par millier d'années et $\Delta\varepsilon_0$ est mesuré en secondes de degré. La précision des corrections (5.5.14) est meilleure que $0''.001$ pour Π_A et meilleure que $0''.0001$ pour les autres quantités de précession pour :

$$\begin{aligned}
\mid \Delta\mathcal{P}_1 \mid &\leq 0''.5 \text{ par millier d'années}\\
\mid \Delta\varepsilon_0 \mid &\leq 0''.1.
\end{aligned}$$

Les formules de précession (5.5.12) et les dérivées (5.5.13) et (5.5.14) peuvent être utilisées sur l'intervalle $[-4000, 8000]$. Sur cet intervalle de temps, les incertitudes internes sont dominées par l'incertitude sur la constante de la précession qui est actuellement d'environ $0''.5$ par millier d'années. Avec une valeur plus précise de la constante de la précession, l'ensemble des formules (5.5.12), (5.5.13) et (5.5.14) peut assurer une précision de $0''.001$ sur l'intervalle $[1000, 3000]$, de $0''.1$ sur $[-1000, 5000]$ et de $1''$ sur $[-4000, 8000]$.

5.5.4. Expressions de Lieske et al. (1977)

Les expressions numériques relatives à la précession de Lieske et al. (1977) ont remplacé celles de Newcomb dans la *Connaissance des Temps* à partir de 1984. Elles utilisent les valeurs des constantes du système UAI 1976, en particulier pour les valeurs de $\mathcal{P}_1$, ε_0 et des masses des planètes. Les notations sont les mêmes que pour les formules (5.5.12) :

$$\begin{aligned}
\sin\pi_A \sin\Pi_A &= (41''.976 - 75''.250\,T + 0''.431\,T^2)t + (19''.447 + 0''.697\,T)t^2 - 0''.179\,t^3,\\
\sin\pi_A \cos\Pi_A &= (-468''.150 - 0''.117\,T + 5''.439\,T^2)t + (5''.059 - 3''.712\,T)t^2 + 0''.344\,t^3,\\
\pi_A &= (470''.029 - 6''.603\,T + 0''.598\,T^2)t + (-3''.302 + 0''.598\,T)t^2 + 0''.060\,t^3,\\
\Pi_A &= 174°52'34''.982 + 32\,894''.789\,T + 60''.622\,T^2 + (-8\,698''.089 - 50''.491\,T)t\\
&\quad + 3''.536\,t^2, \qquad (5.5.15)\\
p_A &= (50\,290''.966 + 222''.226\,T - 0''.042\,T^2)t + (111''.113 - 0''.042\,T)t^2 - 0''.006\,t^3,\\
\theta_A &= (20\,043''.109 - 85''.330\,T - 0''.217\,T^2)t + (-42''.665 - 0''.217\,T)t^2 - 41''.833\,t^3,\\
\zeta_A &= (23\,062''.181 + 139''.656\,T - 0''.139\,T^2)t + (30''.188 - 0''.345\,T)t^2 + 17''.998\,t^3,\\
z_A &= (23\,062''.181 + 139''.656\,T - 0''.139\,T^2)t + (109''.468 + 0''.066\,T)t^2 + 18''.203\,t^3,\\
\varepsilon_A &= 23°26'21''.448 - 468''.150\,T - 0''.059\,T^2 + 1''.813\,T^3\\
&\quad + (-468''.150 - 0''.117\,T + 5''.439\,T^2)t + (-0''.059 + 5''.439\,T)t^2 + 1''.813\,t^3,\\
\omega_A &= 23°26'21''.448 - 468''.150\,T - 0''.059\,T^2 + 1''.813\,T^3\\
&\quad + (5''.127 - 9''.186\,T)t^2 - 7''.726\,t^3,\\
\psi_A &= (50\,387''.784 + 49''.263\,T - 0''.124\,T^2)t + (-107''.259 - 1''.106\,T)t^2 - 1''.147\,t^3,\\
\chi_A &= (105''.526 - 188''.623\,T + 0''.096\,T^2)t + (-238''.064 - 0''.833\,T)t^2 - 1''.125\,t^3.
\end{aligned}$$

5.5.5. Passage des coordonnées moyennes d'une date à une autre

Les formules permettant le passage des coordonnées équatoriales moyennes et des coordonnées écliptiques moyennes d'une date à une autre sont données aux paragraphes 4.5.4 et 4.5.5, respectivement. Notons que, lorsqu'on passe des coordonnées moyennes de J2000 aux coordonnées moyennes d'une date σ_D, il faut, bien entendu, faire $T = 0$ dans les formules (5.5.12) ou (5.5.15).

5.6. LA NUTATION

5.6.1. Passage des éléments moyens aux éléments vrais

Effet de la nutation sur l'équateur et sur le pôle céleste

La position de l'équateur vrai A_v par rapport à l'équateur moyen A_m de la même date est fournie par deux paramètres. Le premier paramètre, appelé nutation en longitude, est l'angle $\gamma_{\mathrm{m}}\gamma_{\mathrm{v}} = \Delta\psi$, mesuré positivement dans le sens rétrograde le long de l'écliptique moyen E_m de la date, entre les nœuds ascendants de E_m sur les deux équateurs A_m et A_v respectivement. Le second paramètre, appelé nutation en obliquité, est l'angle $\varepsilon_v - \varepsilon_A = \Delta\varepsilon$, différence entre l'obliquité de l'écliptique comptée respectivement par rapport à l'équateur vrai et à l'équateur moyen (Fig. 5.7 a).

Les quantités $\Delta\varepsilon$ et $\Delta\psi \sin\varepsilon$ représentent respectivement, au premier ordre, les coordonnées x et y du pôle vrai, $\mathrm{P_v}$, par rapport au pôle moyen, $\mathrm{P_m}$, dans le plan tangent à la sphère céleste au point $\mathrm{P_m}$, l'axe des x étant dirigé vers γ_{m} et l'axe des y vers le pôle $\mathrm{Q_m}$ de E_m (Fig. 5.7 b).

Le passage rigoureux du repère équatorial moyen de la date au repère équatorial vrai de la date, s'obtient à partir des rotations d'angle ε_A autour de $\mathrm{O}\gamma_{\mathrm{m}}$, d'angle $-\Delta\psi$ autour de $\mathrm{OQ_m}$ et $-(\varepsilon_A + \Delta\varepsilon)$ autour de $\mathrm{O}\gamma_{\mathrm{v}}$, ε_A étant l'obliquité moyenne de l'écliptique. Les valeurs numériques de ces quantités sont calculées, conformément aux recommandations de l'UAI, à partir du système UAI 1976 et du modèle de nutation UAI 1980 (Kinoshita, 1977, Seidelmann, 1982, Wahr, 1981) présenté dans le paragraphe suivant ; les développements en fonction du temps des quantités de la nutation sont donnés dans la table 5.2.

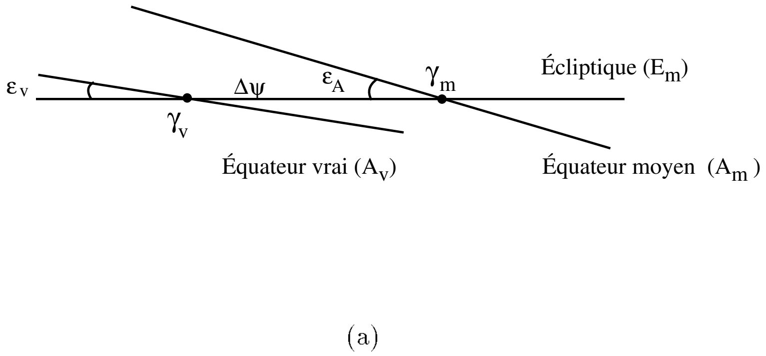
Transformation entre coordonnées moyennes et coordonnées vraies

Les formules permettant de passer des coordonnées écliptiques moyennes aux coordonnées écliptiques vraies et des coordonnées équatoriales moyennes aux coordonnées équatoriales vraies sont données respectivement dans les paragraphes 4.5.6 et 4.5.7.

Équation des équinoxes : différence entre temps sidéral vrai et temps sidéral moyen

L'angle représentant la rotation sidérale de la Terre qui est utilisé jusqu'à présent dans les réductions des observations, est le temps sidéral vrai (*cf.* 4.4.2) ; celui-ci est compté sur l'équateur vrai, à partir de l'équinoxe vrai. Il se déduit du temps sidéral moyen, compté sur l'équateur moyen, en ajoutant à celui-ci l'*équation des équinoxes* qui prend en compte l'écart entre l'équinoxe vrai et l'équinoxe moyen dû à la nutation.

En première approximation l'équation des équinoxes s'écrit : $\gamma_m\gamma_v = \Delta\psi\cos\varepsilon_A$, ce qui correspond à la nutation en ascension droite. De façon plus précise, l'équation des équinoxes (*cf.* 4.4.2) représente la composante périodique de l'effet cumulé, entre l'époque t_o et la date t, de la précession et de la nutation en ascension droite, c'est-à-dire la composante périodique de l'écart entre l'équinoxe vrai et l'origine non-tournante (*cf.* 6.5.4).



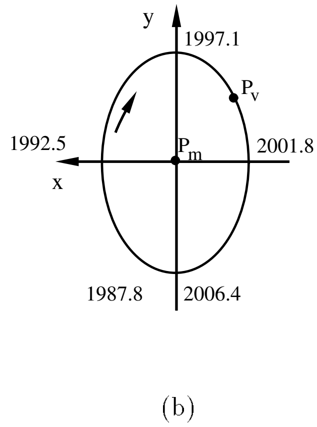


Fig. 5.7. Nutation de l'équateur vrai par rapport à l'équateur moyen et du pôle vrai par rapport au pôle moyen.

5.6.2. Le modèle UAI 1980 de la nutation

Présentation du modèle

La représentation conventionnelle de la nutation adoptée depuis le 1er janvier 1984, en complément du nouveau système de constantes astronomiques UAI 1976, est donnée par le modèle de nutation UAI 1980. Ce modèle présente une amélioration d'un ordre de grandeur pour les coefficients les plus importants de la nutation par rapport à la série précédente de coefficients, utilisée pendant presque trente ans, basée sur la théorie de Woolard (1953) et le système UAI 1964 de constantes astronomiques. Les imperfections de cette série de coefficients étaient dues principalement au fait qu'elle reposait sur un modèle de Terre rigide et sur une valeur observée pour le seul coefficient principal de la nutation en obliquité, coefficient qui constituait la constante de la nutation. Or, les coefficients de la nutation sont modifiés par la non-rigidité de la Terre de façon différente suivant leur période et un seul coefficient ne peut suffire à prendre en compte ces modifications.

La série des coefficients de la nutation UAI 1980 donnée dans la table 5.2 a été déduite de la théorie de Kinoshita (1977) relative à une Terre rigide et du modèle de Wahr (1981) concernant la modification des coefficients par les effets géophysiques ; elle comprend tous les termes d'une amplitude supérieure à $10^{-4''}$. Cette série se rapporte au pôle céleste des éphémérides (Celestial Ephemeris Pole, CEP) (*cf.* 6.4.2) et non plus au pôle instantané de rotation comme la série UAI 1964. Les expressions de l, l', F, D et Ω sont données dans les tables 8.2.8 et 8.2.10.

Formulation des coefficients de la théorie de la nutation

Les coefficients, en longitude écliptique ψ et en obliquité ε, de toute nutation elliptique, i, du pôle céleste des éphémérides autour du pôle moyen, s'obtiennent à partir des deux nutations circulaires d'amplitudes α_i et α_{-i} et d'arguments respectifs Γ_i et $-\Gamma_i$, par les relations :

$$\Delta\psi_i \sin\varepsilon = [\alpha_i + \alpha_{-i}] \sin\Gamma_i,$$

$$\Delta\varepsilon_i = [\alpha_i - \alpha_{-i}] \cos\Gamma_i.$$

Dans ces relations, chaque amplitude α_i est le produit de l'amplitude, α_{ir}, de la nutation circulaire, i, relative à un modèle de Terre rigide et du facteur $R\,(i)$ représentant les effets de non-rigidité de la Terre :

$$\alpha_i = R\,(i)\alpha_{ir}.$$

L'amplitude α_{ir} est donnée par la théorie de la nutation pour un modèle de Terre rigide sous la forme :

$$\alpha_{ir} = \frac{-k\ \omega\ A_i}{\dot{\Gamma}_i(1 + A\dot{\Gamma}_i/C\omega)}$$

dans laquelle,

k désigne un facteur commun à tous les termes lunaires, ou à tous les termes solaires ; il est proportionnel à l'aplatissement dynamique de la Terre e et se déduit du système UAI 1976,

A et C sont les moments d'inertie respectivement équatorial et polaire de la Terre,

ω est la vitesse angulaire moyenne de rotation de la Terre,

A_i est un coefficient sans dimension déduit du coefficient du terme i intervenant dans le développement du couple luni-solaire et responsable de la nutation d'argument Γ_i.

Le facteur $R(i)$ a été donné par Wahr (1981) pour un modèle de Terre représenté par un ellipsoïde en rotation avec un manteau élastique et un noyau fluide. Ce facteur est fonction de la fréquence $\dot{\Gamma}_i$ de la nutation circulaire considérée ainsi que de divers paramètres géophysiques. Ces paramètres sont l'élasticité du manteau, par l'intermédiaire du coefficient κ, l'élasticité de la frontière noyau-manteau, par l'intermédiaire du coefficient γ, l'aplatissement dynamique de la Terre e, les moments équatoriaux d'inertie, respectivement A_f du noyau et A de la Terre entière. $R(i)$ est aussi fonction de la fréquence n_o de la nutation libre du noyau, qui dépend directement de l'aplatissement dynamique e_f du noyau ; il s'écrit ainsi :

$$R(i) = \left(1 + \kappa\frac{\dot{\Gamma}_i}{\omega}\right) + \left(\frac{A_f}{A - A_f}\right)\left(\frac{\dot{\Gamma}_i}{\dot{\Gamma}_i + n_o}\right)\left[1 - \frac{\gamma}{e} - \left(\frac{\gamma}{e} - \kappa\right)\frac{\dot{\Gamma}_i}{\omega}\right].$$

Imperfections du modèle

Les imperfections des coefficients de la nutation sont dues aux erreurs sur les amplitudes α_{ir} données par la théorie relative à une Terre rigide utilisée, ainsi que sur le facteur $R(i)$ représentant les effets de non-rigidité. Par ailleurs, des composantes supplémentaires de nutation, dites en opposition de phase, s'ajoutent aux composantes classiques, dites en phase, si l'on tient compte des phénomènes dissipatifs tels que l'inélasticité du manteau, l'écart à l'équilibre hydrostatique du noyau, la viscosité de la frontière noyau-manteau, etc., qui interviennent pour des modèles de Terre plus complexes.

Table 5.2. Nutations en longitude ($\Delta\psi$) et en obliquité ($\Delta\varepsilon$) rapportées à l'écliptique et l'équinoxe moyens de la date ; t est compté en siècles juliens à partir de J2000 (DJ 2 451 545.0).

$$\Delta\psi = \Sigma_{i=1,106}\,[A_i + A_i'\ t]\sin(\text{ARGUMENT}),\ \ \Delta\varepsilon = \Sigma_{i=1,106}\,[B_i + B_i'\ t]\cos(\text{ARGUMENT}).$$

i	ARGUMENT					PÉRIODE	LONGITUDE (0.0001″)		OBLIQUITÉ (0.0001″)	
	l	l'	F	D	Ω	(jours)	A_i	$A_i't$	B_i	$B_i't$
1	0	0	0	0	1	6 798.4	−171 996	−174.2 t	92 025	8.9 t
9	0	0	2	−2	2	182.6	−13 187	−1.6 t	5 736	−3.1 t
31	0	0	2	0	2	13.7	−2 274	−0.2 t	977	−0.5 t
2	0	0	0	0	2	3 399.2	2 062	0.2 t	−895	0.5 t
10	0	1	0	0	0	365.3	1 426	−3.4 t	54	−0.1 t
32	1	0	0	0	0	27.6	712	0.1 t	−7	0.0 t
11	0	1	2	−2	2	121.7	−517	1.2 t	224	−0.6 t
33	0	0	2	0	1	13.6	−386	−0.4 t	200	0.0 t
34	1	0	2	0	2	9.1	−301	0.0 t	129	−0.1 t
12	0	−1	2	−2	2	365.2	217	−0.5 t	−95	0.3 t
35	1	0	0	−2	0	31.8	−158	0.0 t	−1	0.0 t
13	0	0	2	−2	1	177.8	129	0.1 t	−70	0.0 t
36	−1	0	2	0	2	27.1	123	0.0 t	−53	0.0 t
38	1	0	0	0	1	27.7	63	0.1 t	−33	0.0 t
37	0	0	0	2	0	14.8	63	0.0 t	−2	0.0 t
40	−1	0	2	2	2	9.6	−59	0.0 t	26	0.0 t
39	−1	0	0	0	1	27.4	−58	−0.1 t	32	0.0 t
41	1	0	2	0	1	9.1	−51	0.0 t	27	0.0 t
14	2	0	0	−2	0	205.9	48	0.0 t	1	0.0 t
3	−2	0	2	0	1	1 305.5	46	0.0 t	−24	0.0 t
42	0	0	2	2	2	7.1	−38	0.0 t	16	0.0 t
45	2	0	2	0	2	6.9	−31	0.0 t	13	0.0 t
43	2	0	0	0	0	13.8	29	0.0 t	−1	0.0 t
44	1	0	2	−2	2	23.9	29	0.0 t	−12	0.0 t
46	0	0	2	0	0	13.6	26	0.0 t	−1	0.0 t
15	0	0	2	−2	0	173.3	−22	0.0 t	0	0.0 t
47	−1	0	2	0	1	27.0	21	0.0 t	−10	0.0 t
16	0	2	0	0	0	182.6	17	−0.1 t	0	0.0 t
18	0	2	2	−2	2	91.3	−16	0.1 t	7	0.0 t
48	−1	0	0	2	1	32.0	16	0.0 t	−8	0.0 t
17	0	1	0	0	1	386.0	−15	0.0 t	9	0.0 t
49	1	0	0	−2	1	31.7	−13	0.0 t	7	0.0 t
19	0	−1	0	0	1	346.6	−12	0.0 t	6	0.0 t
4	2	0	−2	0	0	1 095.2	11	0.0 t	0	0.0 t
50	−1	0	2	2	1	9.5	−10	0.0 t	5	0.0 t
54	1	0	2	2	2	5.6	−8	0.0 t	3	0.0 t
53	0	−1	2	0	2	14.2	−7	0.0 t	3	0.0 t
58	0	0	2	2	1	7.1	−7	0.0 t	3	0.0 t
51	1	1	0	−2	0	34.8	−7	0.0 t	0	0.0 t
52	0	1	2	0	2	13.2	7	0.0 t	−3	0.0 t
20	−2	0	0	2	1	199.8	−6	0.0 t	3	0.0 t
57	0	0	0	2	1	14.8	−6	0.0 t	3	0.0 t
56	2	0	2	−2	2	12.8	6	0.0 t	−3	0.0 t
55	1	0	0	2	0	9.6	6	0.0 t	0	0.0 t
59	1	0	2	−2	1	23.9	6	0.0 t	−3	0.0 t
60	0	0	0	−2	1	14.7	−5	0.0 t	3	0.0 t
21	0	−1	2	−2	1	346.6	−5	0.0 t	3	0.0 t
62	2	0	2	0	1	6.9	−5	0.0 t	3	0.0 t
61	1	−1	0	0	0	29.8	5	0.0 t	0	0.0 t
24	1	0	0	−1	0	411.8	−4	0.0 t	0	0.0 t
65	0	0	0	1	0	29.5	−4	0.0 t	0	0.0 t
63	0	1	0	−2	0	15.4	−4	0.0 t	0	0.0 t

Table 5.2. (fin).

i	ARGUMENT					PÉRIODE	LONGITUDE (0.0001″)		OBLIQUITÉ (0.0001″)	
	l	l'	F	D	Ω	(jours)	A_i	$A'_i t$	B_i	$B'_i t$
64	1	0	−2	0	0	26.9	4	0.0 t	0	0.0 t
22	2	0	0	−2	1	212.3	4	0.0 t	−2	0.0 t
23	0	1	2	−2	1	119.6	4	0.0 t	−2	0.0 t
66	1	1	0	0	0	25.6	−3	0.0 t	0	0.0 t
6	1	−1	0	−1	0	3 232.9	−3	0.0 t	0	0.0 t
69	−1	−1	2	2	2	9.8	−3	0.0 t	1	0.0 t
72	0	−1	2	2	2	7.2	−3	0.0 t	1	0.0 t
68	1	−1	2	0	2	9.4	−3	0.0 t	1	0.0 t
71	3	0	2	0	2	5.5	−3	0.0 t	1	0.0 t
5	−2	0	2	0	2	1 615.7	−3	0.0 t	1	0.0 t
67	1	0	2	0	0	9.1	3	0.0 t	0	0.0 t
82	−1	0	2	4	2	5.8	−2	0.0 t	1	0.0 t
76	1	0	0	0	2	27.8	−2	0.0 t	1	0.0 t
74	−1	0	2	−2	1	32.6	−2	0.0 t	1	0.0 t
7	0	−2	2	−2	1	6 786.3	−2	0.0 t	1	0.0 t
70	−2	0	0	0	1	13.7	−2	0.0 t	1	0.0 t
75	2	0	0	0	1	13.8	2	0.0 t	−1	0.0 t
77	3	0	0	0	0	9.2	2	0.0 t	0	0.0 t
73	1	1	2	0	2	8.9	2	0.0 t	−1	0.0 t
78	0	0	2	1	2	9.3	2	0.0 t	−1	0.0 t
91	1	0	0	2	1	9.6	−1	0.0 t	0	0.0 t
85	1	0	2	2	1	5.6	−1	0.0 t	1	0.0 t
102	1	1	0	−2	1	34.7	−1	0.0 t	0	0.0 t
99	0	1	0	2	0	14.2	−1	0.0 t	0	0.0 t
30	0	1	2	−2	0	117.5	−1	0.0 t	0	0.0 t
27	0	1	−2	2	0	329.8	−1	0.0 t	0	0.0 t
103	1	0	−2	2	0	32.8	−1	0.0 t	0	0.0 t
100	1	0	−2	−2	0	9.5	−1	0.0 t	0	0.0 t
94	1	0	2	−2	0	23.8	−1	0.0 t	0	0.0 t
80	1	0	0	−4	0	10.1	−1	0.0 t	0	0.0 t
83	2	0	0	−4	0	15.9	−1	0.0 t	0	0.0 t
105	0	0	2	4	2	4.8	−1	0.0 t	0	0.0 t
98	0	0	2	−1	2	25.4	−1	0.0 t	0	0.0 t
86	−2	0	2	4	2	7.3	−1	0.0 t	1	0.0 t
90	2	0	2	2	2	4.7	−1	0.0 t	0	0.0 t
101	0	−1	2	0	1	14.2	−1	0.0 t	0	0.0 t
97	0	0	−2	0	1	13.6	−1	0.0 t	0	0.0 t
92	0	0	4	−2	2	12.7	1	0.0 t	0	0.0 t
28	0	1	0	0	2	409.2	1	0.0 t	0	0.0 t
84	1	1	2	−2	2	22.5	1	0.0 t	−1	0.0 t
93	3	0	2	−2	2	8.7	1	0.0 t	0	0.0 t
81	−2	0	2	2	2	14.6	1	0.0 t	−1	0.0 t
79	−1	0	0	0	2	27.3	1	0.0 t	−1	0.0 t
26	0	0	−2	2	1	169.0	1	0.0 t	0	0.0 t
95	0	1	2	0	1	13.1	1	0.0 t	0	0.0 t
87	−1	0	4	0	2	9.1	1	0.0 t	0	0.0 t
25	2	1	0	−2	0	131.7	1	0.0 t	0	0.0 t
104	2	0	0	2	0	7.1	1	0.0 t	0	0.0 t
89	2	0	2	−2	1	12.8	1	0.0 t	−1	0.0 t
8	2	0	−2	0	1	943.2	1	0.0 t	0	0.0 t
88	1	−1	0	−2	0	29.3	1	0.0 t	0	0.0 t
29	−1	0	0	1	1	388.3	1	0.0 t	0	0.0 t
96	−1	−1	0	2	1	35.0	1	0.0 t	0	0.0 t
106	0	1	0	1	0	27.3	1	0.0 t	0	0.0 t

Coefficients relatifs à une Terre rigide

Les imperfections des coefficients relatifs à une Terre rigide, base du modèle conventionnel de la nutation (Kinoshita, 1977), sont dues en partie aux erreurs sur certaines constantes du système UAI 1976 et en particulier à l'erreur sur la constante de la précession qui intervient directement dans le coefficient k. Les coefficients A_i souffrent également des imperfections sur les théories de la Lune et du Soleil utilisées et de certains effets négligés tels que ceux dus aux termes du second ordre du potentiel terrestre, aux effets directs des planètes (Vondrak, 1982), aux termes de couplage entre le mouvement de rotation de la Terre et le mouvement orbital de la Lune. Un nouveau développement de la nutation pour une Terre rigide (Kinoshita et Souchay, 1990), prenant en compte l'ensemble de ces effets, pourra servir de base à un modèle de nutation amélioré.

Effets de non-rigidité de la Terre

Les imperfections de la modélisation des effets de non-rigidité de la Terre sont celles du facteur $R(i)$. Elles sont dues, soit à des erreurs sur les paramètres A, A_f, κ, γ et n_o intervenant dans la formulation de ce facteur, soit à des effets négligés pour l'instant à cause de leur grande complexité, tels que les effets des océans, de l'inélasticité du manteau, de l'écart à l'équilibre hydrostatique du noyau ou du couplage dissipatif à la frontière noyau-manteau. Le calcul théorique de ces effets, de l'ordre de $0''.001$, présente actuellement des incertitudes du même ordre, ce qui limite la précision des coefficients théoriques de la nutation à cet ordre de grandeur.

Précision des coefficients observés

Les observations VLBI (Very Long Baseline Interferometry) permettent, depuis 1980, de déterminer de façon très régulière, avec une fréquence de 1 à 5 jours, la position céleste du CEP avec une précision de l'ordre de $10^{-4''}$; l'analyse de ces valeurs permet d'estimer des corrections au modèle conventionnel de précession et de nutation (Herring et al., 1986). Les estimations les plus récentes montrent que la constante de la précession du système UAI 1976 est entachée d'une erreur de l'ordre de $0''.3$ par siècle et que les coefficients annuel, semi-annuel et principal de la nutation sont entachés d'erreurs de l'ordre de quelques $10^{-3''}$.

Ces résultats sont confirmés par d'autres types de mesure, comme les observations de télémétrie laser sur la Lune, ou bien de longues séries d'observations astrométriques ou gravimétriques ; ils permettent d'évaluer une valeur de l'aplatissement dynamique du noyau qui remet en cause les modèles de Terre existants.

Une modélisation plus précise des phénomènes géophysiques, ou bien une plus longue série d'observations VLBI, permettront sans doute, dans un proche avenir, une amélioration plus complète du modèle de nutation.

5.7. BIBLIOGRAPHIE

Bretagnon, P. : 1982, Théorie du mouvement de l'ensemble des planètes. Solution VSOP82, *Astron. Astrophys.* **114**, 278.

Brumberg, V.A., Bretagnon, P., Francou, G. : 1991, Analytical algorithms of relativistic reduction of astronomical observations, in *Journées 1991, Systèmes de référence spatio-temporels*, N. Capitaine ed., observatoire de Paris, 141.

Danjon, A. : 1953, *Astronomie générale*, Sennac éd., Paris, réédité en 1980, Blanchard éd.

De Sitter, W. : 1916, On Einstein's theory of gravitation and its astronomical consequences, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **77**, 155.

Herring, T.A., Gwinn, C.R., Shapiro, I.I. : 1986, Geodesy by radio interferometry : studies of the forced nutations of the Earth. I - Data analysis. II - Interpretation, *J. Geophys. Res.* **91**, B5, 4755.

IERS : 1992, IERS standards (1992), *IERS Technical note* **13**, D.D. McCarthy ed., observatoire de Paris.

Kinoshita, H. : 1977, Theory of the rotation of the rigid Earth, *Celest. Mech.* **15**, 277.

Kinoshita, H., Souchay, J. : 1990, The theory of the nutation for the rigid Earth model at the second order, *Celest. Mech. Dyn. Astron.* **48**, 187.

Laskar, J. : 1986, Secular terms of classical planetary theories using the results of general theory, *Astron. Astrophys.* **157**, 59.

Lieske, J.H., Lederle, T., Fricke, W., Morando, B. : 1977, Expressions for the precession quantities based upon the IAU (1976) system of astronomical constants, *Astron. Astrophys.* **58**, 1.

Melchior, P. : 1973, *Physique et dynamique planétaire*, Vander éd., Vol. **4**.

Neugebauer, O. : 1975, *A history of ancient mathematical astronomy*, Springer Verlag, Berlin.

Seidelmann, P.K. : 1982, 1980 IAU Theory of nutation : the final report of the IAU working group on nutation, *Celest. Mech.* **27**, 79.

Simon, J.-L., Bretagnon, P., Chapront, J., Chapront-Touzé, M., Francou, G., Laskar, J. : 1994, Numerical expressions for precession formulae and mean elements for the Moon and the planets, *Astron. Astrophys.* **282**, 663.

Vondrak, J. : 1982, On the direct influence of the planets on the precession and nutation of the Earth's axis of rotation, *Bull. Astron. Inst. Czechosl.* **33**, 26.

Wahr, J.M. : 1981, The forced nutations of an elliptical, rotating, elastic, and oceanless Earth, *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.* **64**, 705.

Williams, J.G., Newhall, XX, Dickey, J.O. : 1991, Luni-solar precession : determination from lunar laser ranges, *Astron. Astrophys.* **241**, L9.

Woolard, E.W. : 1953, Theory of the rotation of the Earth around its center of mass, *Astron. Pap. Amer. Ephem.* **XV**, I, 1.