CHAPITRE **6**

ROTATION DE LA TERRE ET TEMPS UNIVERSEL

6.1. INTRODUCTION

Jusqu'au début du vingtième siècle, la rotation de la Terre servait de base, par l'intermédiaire du Temps universel, à la définition de l'échelle de temps légal ainsi qu'à celle de l'unité de temps de la physique. L'amélioration progressive de la précision des observations astronomiques et de la stabilité des horloges, en particulier avec l'apparition des horloges à quartz puis des étalons atomiques, a permis la mise en évidence des irrégularités de la rotation de la Terre. L'usage du Temps universel basé sur la rotation de la Terre a ainsi été abandonné en 1960 pour la définition de l'unité de temps, puis pour la définition de l'échelle de temps légal ; celle-ci repose officiellement depuis 1978 sur le Temps universel coordonné, UTC (*cf.* 3.5). Les observations de la rotation de la Terre ont ainsi changé d'objectif : il ne s'agit plus de réaliser une échelle de temps idéale à partir du Temps universel observé, mais de connaître au mieux les inégalités de cette rotation. La détermination régulière des différents paramètres de rotation de la Terre associée à une analyse de plus en plus précise de ces paramètres est, à l'heure actuelle, une branche de recherche extrêmement active.

En l'absence de perturbation, le mouvement de la Terre autour de son centre de masse serait une rotation uniforme d'un corps rigide autour d'un axe pratiquement fixe dans l'espace. Dans la réalité, le mouvement idéal de rotation subit les perturbations dues au couple extérieur agissant sur la Terre, ainsi que celles dues aux déformations de notre planète qui est composée d'un noyau fluide comportant une graine solide et d'une enveloppe élastique recouverte en majeure partie par des océans et entourée d'atmosphère. L'axe de rotation de la Terre subit ainsi un important déplacement de précession-nutation dans l'espace (mouvement par rapport à un repère céleste) ainsi qu'un déplacement irrégulier à l'intérieur de la Terre (mouvement par rapport à un repère terrestre), de faible amplitude, appelé mouvement du pôle ; de plus, la rotation de la Terre par rapport à des directions fixes, qui s'effectue approximativement en 1 jour sidéral (23 h 56 min 4 s), présente des variations relatives de l'ordre de 10^{-7}.

6.2. DESCRIPTION DE LA ROTATION DE LA TERRE

6.2.1. Définitions

Nous adopterons les définitions et conventions suivantes (*cf.* Capitaine, 1982, Seidelmann, 1982). On appelle *axe* une droite parallèle à un vecteur de direction donnée et passant par le centre de masse de la Terre. On appelle *pôle* le point d'intersection d'un axe avec la sphère terrestre (*pôle terrestre*) ou avec la sphère céleste (*pôle céleste*). Nous noterons G le centre de masse de la Terre. Les axes utilisés pour décrire la rotation de la Terre sont les suivants.

• L'*axe instantané de rotation*. C'est la droite passant par G, parallèle au vecteur rotation instantanée de la Terre. L'intersection de l'axe instantané de rotation avec la sphère terrestre ou la sphère céleste est le pôle instantané de rotation.

• L'*axe du moment cinétique*. C'est la droite passant par G, parallèle au moment cinétique.

• *L'axe principal d'inertie* ou *axe de la figure*. C'est la droite passant par G, parallèle à l'axe d'inertie de la Terre correspondant au plus fort moment d'inertie C. On distinguera l'*axe principal d'inertie moyen* du manteau terrestre pour une époque donnée de l'*axe principal d'inertie instantané* de la Terre considérée comme comprenant également les océans et l'atmosphère, mobile dans un repère lié à la Terre.

6.2.2. Historique

Jusqu'à la fin du dix-neuvième siècle, la théorie de la rotation de la Terre était basée sur la théorie dynamique de la rotation d'un corps rigide, développée par Euler en 1765, améliorée par Lagrange et Laplace au cours du dix-huitième siècle, puis par Poinsot, Oppolzer et Tisserand au cours du dix-neuvième siècle.

La considération des divers effets géophysiques sur la rotation de la Terre a son origine dans les travaux de Kelvin, publiés à partir de 1860, envisageant les effets de l'élasticité de la croûte terrestre, de l'existence d'un noyau fluide interne, ainsi que des différents facteurs océaniques et atmosphériques. Toutefois, à cette époque, la précision des observations était insuffisante et les modèles de constitution interne de la Terre trop sommaires pour permettre la mise en évidence des effets de la non-rigidité de la Terre sur sa rotation. La première mise en évidence d'un tel effet fut la découverte par Chandler, en 1891, du mouvement réel du pôle par rapport à la croûte, très différent du mouvement prédit par Euler pour une Terre rigide, ce qui fut expliqué un an plus tard par Newcomb comme étant dû à l'influence de l'élasticité de la Terre. L'effet de la constitution interne de la Terre sur la nutation libre, ainsi que sur les amplitudes des nutations célestes a été modélisé de plus en plus précisément au cours du vingtième siècle, mais les causes d'excitation et d'amortissement de la nutation de Chandler sont par contre encore très mal connues.

Dès le dix-huitième siècle, Kant avait prévu le ralentissement séculaire de la rotation de la Terre dû aux marées, mais les observations de l'époque ne permettaient pas de le déceler. Ce ralentissement a été déduit des inégalités apparentes des mouvements célestes rapportés au Temps universel, par De Sitter en 1927, puis Spencer Jones en 1939, en même temps que les variations périodiques décennales de la rotation de la Terre.

La variation annuelle de la vitesse de rotation a été découverte par Stoyko en 1937 sous forme d'une avance du Temps universel de l'ordre de 30 ms en octobre et d'un retard de 30 ms en mai par rapport au temps donné par les horloges ; elle fut attribuée à des causes climatiques, ce qui a pu être confirmé grâce à l'analyse de données atmosphériques (Lambeck et Cazenave, 1973). L'amélioration spectaculaire de la précision des mesures, en particulier grâce aux observations VLBI de radiosources extragalactiques, permet maintenant de décrire de façon très fine les diverses composantes de la rotation de la Terre.

6.2.3. Le mouvement de l'axe de rotation dans l'espace

L'axe de rotation étant incliné, par rapport à l'axe de l'écliptique, d'un angle ε, appelé obliquité de l'écliptique, égal, approximativement, à $23°26'$, il décrit un cône de précession de demi-ouverture ε, autour de l'axe de l'écliptique, auquel s'ajoutent des variations périodiques dues à la nutation : l'ensemble du phénomène de précession-nutation a été décrit dans le chapitre 5.

6.2.4. Le mouvement de l'axe de rotation à l'intérieur de la Terre

L'axe de rotation ne coïncidant pas avec l'axe principal d'inertie terrestre, le pôle instantané de rotation est animé, selon Euler, d'un mouvement libre circulaire et rétrograde autour du pôle d'inertie avec une période fonction de l'aplatissement dynamique de la Terre. La période du mouvement réel, ou mouvement de Chandler, est fonction de certains paramètres liés à l'élasticité de la Terre, à l'influence des océans et à l'aplatissement du noyau fluide ; la période résultante est de 430 jours et l'amplitude du mouvement n'est pas prévisible théoriquement. L'amplitude observée, de l'ordre de 10 m, présente des variations importantes impliquant l'existence d'un phénomène d'excitation et d'amortissement ; ce dernier pourrait être lié à la dissipation d'énergie au cours de la marée polaire océanique. Les causes d'excitation géophysique envisagées sont liées aux phénomènes saisonniers, aux séismes, et à des couples impulsifs, mais aucune de ces causes ne permet, pour l'instant, d'expliquer de façon quantitative les observations.

À ce mouvement libre s'ajoute un mouvement forcé de période annuelle et d'amplitude de l'ordre de 5 m, dû aux déplacements saisonniers de masses à la surface de la Terre ; il présente de légères fluctuations d'amplitude et une faible ellipticité. Le mouvement total du pôle à la surface de la Terre reste à l'intérieur d'un cercle d'une vingtaine de mètres de diamètre depuis 1900.

Une dérive séculaire du pôle, de l'ordre de $0''.003$/an, dont l'origine est controversée, se superpose à ce mouvement, ainsi que des termes périodiques d'origine atmosphérique et océanique de périodes égales ou inférieures à un jour et d'amplitudes inférieures à $0''.001$.

D'autre part, l'action du couple luni-solaire à l'origine du phénomène de précession-nutation entraîne un déplacement quasi-diurne de l'axe instantané de rotation autour de l'axe principal d'inertie de la Terre, d'amplitude inférieure à $0''.01$, appelé nutation diurne et représenté, par Poinsot, par le roulement sans glissement d'un cône fixe dans la Terre à l'intérieur du cône de précession-nutation. De même, à chacun des déplacements terrestres de l'axe de rotation est associé, selon la représentation de Poinsot, un déplacement céleste de période quasi-diurne dont l'amplitude est inférieure à $0''.01$.

L'adoption du *pôle céleste des éphémérides*, noté CEP (Celestial Ephemeris Pole), comme pôle intermédiaire à la place du pôle instantané de rotation de la Terre permet de s'affranchir de ces termes quasi-diurnes dans la Terre et dans l'espace (*cf.* 6.4.2).

6.2.5. Les variations de la vitesse angulaire de rotation

La vitesse angulaire de rotation de la Terre présente des variations relatives de l'ordre de 10^{-7} produites par les perturbations d'origine géophysique. Il existe en particulier, comme cela a été décrit précédemment, une variation séculaire entraînant un accroissement de l'ordre de 2 ms par siècle de la durée du jour ; cette variation est produite par la dissipation d'énergie au cours des marées. À cette variation séculaire, s'ajoutent des variations brusques et décennales, généralement attribuées à des effets de couplage entre le noyau fluide et le manteau terrestre, ainsi que des variations périodiques, de périodes 1 an, 6 mois, 2 ans, dues à des effets saisonniers principalement atmosphériques. Des variations récurrentes, avec des intervalles voisins de 50 jours, dues à des irrégularités atmosphériques apparaissent également dans les mesures actuelles très précises de la rotation de la Terre qui confirment très clairement les fortes corrélations entre les variations de la rotation de la Terre et les variations du moment cinétique de l'atmosphère. D'autres variations périodiques, de plus faibles amplitudes, de périodes 6 mois, 1 mois, 13.7 jours, etc., sont dues aux déformations, de symétrie zonale, produites par les marées.

6.3. REPRÉSENTATION DE LA ROTATION DE LA TERRE

6.3.1. Utilité d'une connaissance précise de la rotation de la Terre

La rotation de la Terre doit être observée et modélisée pour trois raisons fondamentales :

– Les variations de rotation ne pouvant être calculées avec exactitude par la théorie, la comparaison entre modèles et observations fournit la valeur des paramètres du modèle indépendamment de mesures géophysiques plus locales.

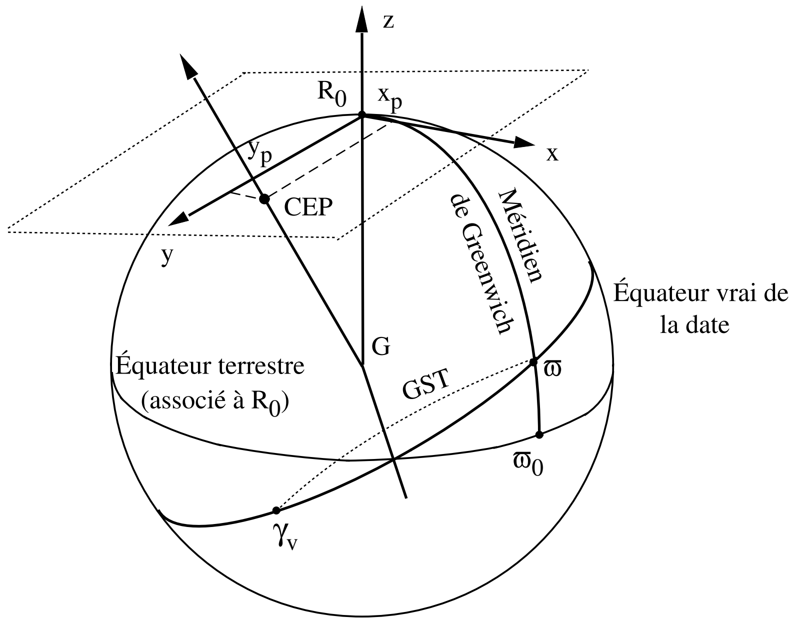

Fig. 6.1. Définition des paramètres de rotation de la Terre (PRT).

– La connaissance très précise de l'orientation de la Terre dans l'espace est indispensable pour exploiter scientifiquement toute observation terrestre d'objets célestes ainsi que pour assurer la navigation de sondes interplanétaires.

– La rotation de la planète Terre sert de modèle pour la représentation de la rotation des autres planètes ; une telle représentation est fondamentale pour l'exploitation scientifique des observations des sondes spatiales planétaires.

6.3.2. Les paramètres et leur signification géométrique

L'orientation de la Terre dans un repère céleste, centré au centre de masse G de la Terre, est donnée par trois paramètres qui peuvent être les angles d'Euler classiques entre repères terrestre et céleste. En fait, le mouvement de la Terre autour de son centre de masse comporte une composante non-prévisible, constituée du *mouvement du pôle* et des variations de la vitesse angulaire de rotation, et une composante prévisible qui constitue la précession-nutation. La représentation de la rotation de la Terre exige la connaissance du mouvement de l'axe instantané de rotation à la fois dans l'espace et dans la Terre, ainsi que du mouvement de rotation de la Terre autour de son axe de rotation. On utilise ainsi, en pratique, cinq paramètres appelés couramment *paramètres de rotation de la Terre*, ou PRT ; deux d'entre eux représentent la trajectoire du pôle sur la sphère céleste, deux autres expriment les coordonnées, x_p, y_p, du pôle sur la sphère terrestre (*cf.* 4.4.2) et le cinquième exprime la rotation de la Terre autour de l'axe instantané de rotation ; pour des raisons historiques, on choisit généralement pour ce dernier, le paramètre UT1 (*cf.* 6.5) qui est, par définition proportionnel à l'angle de rotation de la Terre par rapport à des directions célestes. Les PRT déterminés à partir de différents types d'observations astronomiques expriment l'orientation de la Terre par rapport à un repère céleste et se rapportent donc, finalement, à l'axe du CEP, axe légèrement différent de l'axe instantané de rotation.

La figure 6.1 illustre la définition des PRT. Sur cette figure, Gz est l'axe des z du repère terrestre de référence défini en 6.4.1 ; il coupe la sphère terrestre en R_0. ϖ_0 est l'origine des longitudes, ϖ est l'intersection du méridien origine avec l'équateur vrai de la date, γ_v est l'équinoxe vrai de la date, GST (Greenwich Sidereal Time) est le temps sidéral vrai à Greenwich.

6.4. THÉORIE DE LA ROTATION DE LA TERRE

6.4.1. Bases de la théorie

Les différents repères à considérer

Le mouvement de rotation de la Terre autour de son centre de masse G est la rotation autour de l'axe instantané de rotation GP, d'un repère (Gxyz) lié à la Terre par rapport à un repère de référence céleste (GXYZ) avec la vitesse angulaire $|\boldsymbol{\omega}|$. $|\boldsymbol{\omega}|$ est le module du vecteur rotation du repère terrestre par rapport au repère céleste, $\boldsymbol{\omega}$, porté par GP.

Les directions les plus naturelles pour représenter les déplacements de précession et de nutation sont liées à l'écliptique et à l'équinoxe ; on choisit ainsi comme repère céleste de base, le repère dont les axes GX et GZ sont dirigés respectivement vers l'équinoxe et le pôle de l'écliptique moyens de l'époque t_0 ; l'axe GY est tel que le trièdre GXYZ soit trirectangle et direct.

Par ailleurs, les directions terrestres les plus naturelles sont liées aux axes principaux d'inertie de la Terre ; on choisit ainsi, comme repère terrestre de référence, le repère d'inertie moyen de la Terre, dont l'axe Gz est porté par l'axe principal d'inertie moyen du manteau terrestre, correspondant au plus fort moment d'inertie moyen, pour une époque donnée ; l'axe Gx est généralement choisi comme étant dirigé vers l'origine des longitudes ϖ_0 et l'axe Gy est tel que le trièdre Gxyz soit trirectangle et direct.

Relations entre les différents axes

L'axe principal d'inertie instantané GC de la Terre, considérée comme comprenant les océans et l'atmosphère, est mobile dans la Terre, mais son écart par rapport à l'axe Gz est de faible amplitude. Par ailleurs, on peut supposer une symétrie de révolution de la Terre autour de l'axe Gz. Le tenseur d'inertie instantané de la Terre dans le repère de référence terrestre s'écrit ainsi :

$$\Pi(t)_{(\mathrm{Gxyz})} = \begin{pmatrix} A + c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{12} & A + c_{22} & c_{23} \\ c_{13} & c_{23} & C + c_{33} \end{pmatrix}$$

dans lequel les quantités c_{ij}/C, qui représentent les variations relatives des éléments du tenseur d'inertie instantané dues aux redistributions de masses dans la Terre, sont de l'ordre de 10^{-6}.

Le mouvement du pôle instantané de rotation étant de faible amplitude, l'axe GP reste également très proche de l'axe Gz et les variations relatives de la vitesse angulaire de rotation de la Terre sont de l'ordre de 10^{-7}. Les composantes ω_1, ω_2, ω_3 du vecteur rotation de la Terre $\boldsymbol{\omega}$ dans le repère terrestre peuvent ainsi s'écrire, si ω est la vitesse angulaire moyenne de rotation de la Terre, sous la forme :

$$\begin{cases} \omega_1 = \omega\, m_1 \\ \omega_2 = \omega\, m_2 \\ \omega_3 = \omega\,(1 + m_3) \end{cases}$$

m_1 et m_2 étant des quantités de l'ordre de 10^{-6} et m_3 de 10^{-7}.

On note ψ, θ, ϕ, les angles d'Euler entre les repères (Gxyz) et (GXYZ), et $\mathrm{G}\gamma_{\mathrm{xy}}$ la ligne des nœuds entre les plans GXY et Gxy : les quantités θ et ψ donnent l'orientation céleste de l'axe Gz, tandis que ϕ représente l'angle de rotation de la Terre autour de cet axe, mesuré positivement dans le sens direct à partir de γ_{xy} (Fig. 6.2).

Les dérivées $\dot\theta$, $\dot\psi$, $\dot\phi$ par rapport au temps, représentent, respectivement, les rotations instantanées autour des axes $\mathrm{G}\gamma_{\mathrm{xy}}$, GZ et Gz dues à la rotation de la Terre et sont ainsi liées aux composantes ω_1, ω_2, ω_3 du vecteur $\boldsymbol{\omega}$ de rotation de la Terre dans le repère terrestre, par les relations cinématiques d'Euler. Ces relations sont équivalentes à la représentation de Poinsot du roulement sans glissement d'un cône lié à l'axe principal d'inertie de la Terre sur un cône lié à l'axe de l'écliptique ; elles s'écrivent, en posant $m = m_1 + i\, m_2$:

$$\begin{cases} \dot\theta + i\,\dot\psi \sin\theta = -\omega m\, e^{i\phi} \\ \dot\phi = \omega_3 - \dot\psi \cos\theta. \end{cases} \tag{6.4.1}$$

Équations de la rotation de la Terre

Les équations de la rotation de la Terre peuvent être résolues par différentes méthodes. La méthode la plus classique repose sur l'équation du moment cinétique ; celle-ci est exprimée, soit en fonction des angles d'Euler (Woolard, 1953) menant ainsi aux équations d'Euler, soit en fonction des composantes du vecteur rotation dans le repère terrestre, menant aux équations de Liouville (Munk et MacDonald, 1960). Une autre méthode repose sur une théorie des perturbations basée sur des transformations canoniques utilisant les variables d'Andoyer (Kinoshita, 1977). Le choix entre les différentes méthodes de résolution dépend de l'exactitude que l'on cherche à obtenir sur l'une ou l'autre des composantes du mouvement de rotation. On utilisera ici les équations de Liouville qui ont l'avantage de se généraliser aisément à un modèle de Terre non-rigide.

L'équation du moment cinétique total $\mathbf{H}$ de la Terre s'écrit, respectivement dans un repère inertiel et dans un repère terrestre sous la forme :

$$\left(\frac{\mathrm{d}\mathbf{H}}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathit{rep\grave{e}re\ inertiel}} = \mathbf{L} \qquad \text{et} \qquad \left(\frac{\mathrm{d}\mathbf{H}}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathrm{Gxyz}} + \boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{H} = \mathbf{L},$$

$\mathbf{L}$ (de composantes L_1, L_2, L_3) étant le couple résultant des forces extérieures s'exerçant sur la Terre.

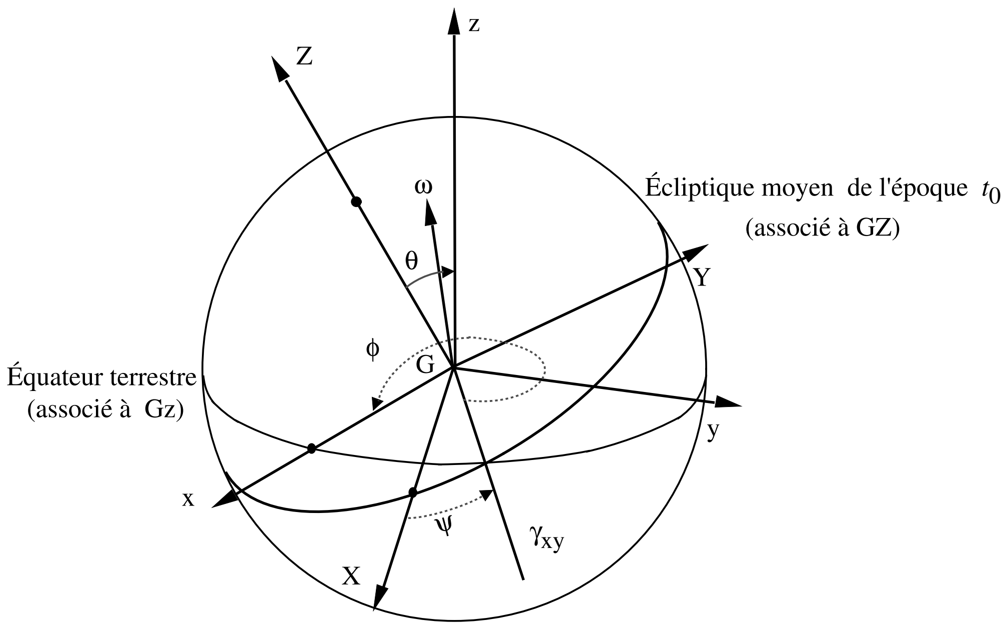

Fig. 6.2. Repère terrestre (Gxyz) et repère céleste (GXYZ).

H, s'exprime en fonction du rayon vecteur **r** et de la vitesse **v** de chaque point de la Terre de masse dm, sous la forme :

$$\mathbf{H} = \int_T (\mathbf{r} \wedge \mathbf{v})\,\mathrm{d}m.$$

Il est la somme du moment cinétique de rotation et du moment cinétique relatif **h** (de composantes h_1, h_2, h_3) :

$$\mathbf{H} = \int_T (\mathbf{r} \wedge (\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{r}))\,\mathrm{d}m + \int_T (\mathbf{r} \wedge \mathbf{v_r})\,\mathrm{d}m.$$

Les vitesses relatives, $\mathbf{v_r}$, étant faibles, le module de $\mathbf{h}/C\omega$ est de l'ordre de 10^{-6}.

L'équation du moment cinétique projetée sur les axes du repère terrestre peut être écrite sous forme complexe en posant : $c = c_{13} + i\,c_{23}$, $h = h_1 + i\,h_2$, $L = L_1 + i\,L_2$. En négligeant les termes du deuxième ordre et en regroupant au premier membre les expressions en m, $\dot{m}$, et m_3, on obtient deux équations différentielles, appelées équations de Liouville. La solution de la première équation donne le mouvement, m, de l'axe instantané de rotation dans la Terre et la solution m_3 de la seconde équation donne les variations relatives de la vitesse angulaire de rotation.

On peut alors déduire, par l'utilisation des relations cinématiques d'Euler et une simple intégration par rapport au temps, les quantités $\Delta\theta$, $\Delta\psi \sin\theta$ à la date t qui représentent le déplacement de l'axe Gz dans l'espace, compté à partir du pôle de l'écliptique moyen de l'époque de référence.

Équations de Liouville

Les équations de Liouville s'écrivent sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{m} - i\sigma_r m & = -i\,\sigma_r \Psi, \qquad \text{avec } \sigma_r = \dfrac{C-A}{A}\,\omega = (1/305)\,\omega, \\ \qquad m_3 & = \Psi_3, \end{cases}$$

dans lesquelles apparaissent aux deuxièmes membres les composantes Ψ_1, Ψ_2, Ψ_3 de la *fonction d'excitation* qui sont définies par les relations :

$$\Psi = \Psi_1 + i\Psi_2 = \frac{iL}{(C-A)\,\omega^2} + \frac{c}{C-A} - \frac{i\dot{c}}{(C-A)\,\omega} + \frac{h}{(C-A)\,\omega} - \frac{i\dot{h}}{(C-A)\,\omega^2},$$

$$\Psi_3 = \int_0^t \frac{L_3}{C\,\omega}\mathrm{d}t - \frac{c_{33}}{C} - \frac{h_3}{C\,\omega}.$$

Variations du vecteur rotation de la Terre

L'expression de la fonction d'excitation montre que les variations, en direction et en module, du vecteur rotation de la Terre, sont produites par le couple extérieur agissant sur la Terre ainsi que par les variations des éléments du tenseur d'inertie. De telles variations peuvent également être produites par un transfert de moment cinétique entre noyau fluide et manteau élastique ou entre Terre solide et atmosphère du fait de l'existence d'un couplage entre ces différentes composantes de la Terre.

Dans le cas d'un modèle de Terre rigide, le moment cinétique relatif est nul, de même que les variations des éléments du tenseur d'inertie. Les solutions des équations de Liouville obtenues pour le cas d'une Terre rigide sont considérées comme solutions de référence par rapport auxquelles on peut évaluer les perturbations apportées par la non-rigidité de la Terre.

6.4.2. Équations et solutions relatives à un modèle de Terre rigide

Écriture des équations pour une Terre rigide

Dans le cas d'une Terre rigide on peut choisir l'axe Gz de telle sorte qu'il coïncide avec l'axe principal d'inertie instantané de la Terre. La fonction d'excitation est alors telle que :

$$\Psi = \frac{iL}{(C-A)\,\omega^2}$$

et,

$$\Psi_3 = \int_0^t \frac{L_3}{C\omega}\,\mathrm{d}t.$$

Les équations de Liouville s'écrivent ainsi :

$$\begin{cases} \dot{m} - i\,\sigma_r m &= \dfrac{L}{A\omega} \\ m_3 &= \displaystyle\int_0^t \frac{L_3}{C\omega}\,\mathrm{d}t. \end{cases}$$

Expression du couple luni-solaire

Le couple extérieur $\mathbf{L}$ est produit principalement par les forces d'attraction luni-solaires $\mathbf{F}_☾$ et $\mathbf{F}_\odot$, qui dérivent respectivement des potentiels $-m_☾ V(\mathbf{r}_☾)$ et $-m_\odot V(\mathbf{r}_\odot)$ où V est le potentiel terrestre, $\mathbf{r}_☾$ et $\mathbf{r}_\odot$ les vecteurs Terre-Lune et Terre-Soleil, $m_☾$ et $m_\odot$ les masses de la Lune et du Soleil.

On a donc :

$$\mathbf{L} = -m_☾\,\mathbf{r}_☾ \wedge \mathbf{grad}\,V(r_☾) - m_\odot \mathbf{r}_\odot \wedge \mathbf{grad}\,V(r_\odot).$$

Les potentiels $V(\mathbf{r}_☾)$ et $V(\mathbf{r}_\odot)$ sont développés en harmoniques sphériques, mais seul est généralement retenu le terme zonal du deuxième degré, de coefficient $J_2 = (C - A)/m_T a_T^2$ où m_T et a_T désignent la masse et le rayon équatorial terrestres. La contribution de ce terme à la précession-nutation est 10^5 fois plus grande que celle des suivants du fait des ordres de grandeur de $r_☾$ et $r_\odot$.

Pour chacun des astres perturbateurs, a, de coordonnées équatoriales α_a et δ_a, et dont l'orbite a pour demi-grand axe moyen c_a, le potentiel est :

$$V(\mathbf{r_a}) = \frac{Gm_T}{r_a} - \frac{3}{2} G\,\frac{C-A}{c_a^3} \left(\frac{c_a}{r_a}\right)^3 (\sin^2 \delta_a - 1/3)$$

et pour le couple $\mathbf{L_a}$ correspondant,

$$L_a = L_{a1} + iL_{a2} = -\frac{3Gm_a}{2c_a^3}(C-A)\left(\frac{c_a}{r_a}\right)^3 \sin 2\delta_a \left[\sin(\mathrm{GST} - \alpha_a) + i\cos(\mathrm{GST} - \alpha_a)\right]$$

$$L_{a3} = 0.$$

Les variations des coordonnées équatoriales de la Lune et du Soleil étant à longues périodes, c'est-à-dire de périodes 1 mois, 6 mois et 1 an pour les variations principales, la variation de L_a, qui fait intervenir le temps sidéral vrai à Greenwich GST, tel que $\dot{\mathrm{GST}} \simeq \dot{\phi} \simeq \omega$, est de période diurne.

Développement du couple luni-solaire en fonction du temps

Les développements classiques de la mécanique céleste permettent d'exprimer L_a sous la forme :

$$L_a = -CE_a\,\omega^2 \sum_{j=-\infty}^{+\infty} A_j e^{-i(\omega_j t + \beta_j)}$$

avec,

$$E_a = \frac{3Gm_a}{\omega^2 c_a^3} \frac{(C-A)}{C},$$

expression dans laquelle chaque terme j, de coefficient A_j réel, représente l'effet luni-solaire de fréquence ω_j voisine de la fréquence diurne de rotation de la Terre, ω, et dans laquelle chacun des arguments $(\omega_j t + \beta_j)$ peut s'écrire sous la forme : $\omega_j t + \beta_j = \mathrm{GST} + \Gamma_j$, où Γ_j est l'argument du terme j de la nutation céleste (*cf.* 5.6.2).

Solution des équations de Liouville

En remplaçant L_a par son développement en fonction du temps, les équations de Liouville s'écrivent, pour la contribution du corps a :

$$\begin{cases} \dot{m} - i\,\sigma_r m & = -\dfrac{C}{A}\, E_a\, \omega \left[\displaystyle\sum_{j=-\infty}^{+\infty} A_j\, e^{-i(\omega_j t+\beta_j)} \right] \\ m_3 & = 0 \end{cases}$$

et la solution générale de l'équation différentielle en m s'écrit :

$$m = m_0 e^{i\sigma_r t} - iE_a \sum_{j=-\infty}^{+\infty} A'_j e^{-i(\omega_j t+\beta_j)} \tag{6.4.2}$$

$$\text{avec} \quad \mathrm{A}'_\mathrm{j} = \frac{A_j}{1 - \dfrac{A\, n_j}{C\,\omega}}, \qquad \text{où} \quad n_j = \omega - \omega_j.$$

Composantes du mouvement du pôle

L'expression du mouvement du pôle instantané de rotation de la Terre à l'intérieur de la Terre est donnée par (6.4.2) ; ce mouvement s'effectue donc autour du pôle d'inertie instantané de la Terre et est composé de deux termes :

– la nutation libre d'Euler, circulaire, de l'axe de rotation autour de l'axe principal d'inertie instantané de période 10 mois (ou 305 jours),

– la *nutation diurne* produite par les différents termes diurnes du couple luni-solaire dont le terme le plus important a pour amplitude $0''.0087$.

La figure 6.3 montre le mouvement du pôle instantané de rotation pour une Terre rigide, dans le plan tangent à la sphère terrestre en R_0. Sur cette figure, le pôle terrestre de référence R_0 est supposé distinct du pôle d'inertie instantané, ce qui est contraire à l'hypothèse simplificatrice de ce paragraphe mais plus conforme à la réalité, dans laquelle le pôle d'inertie instantané n'est pas fixe sur la Terre.

Vitesse angulaire de rotation

$m_3 = 0$ exprime que la vitesse angulaire de rotation d'un modèle de Terre rigide est constante.

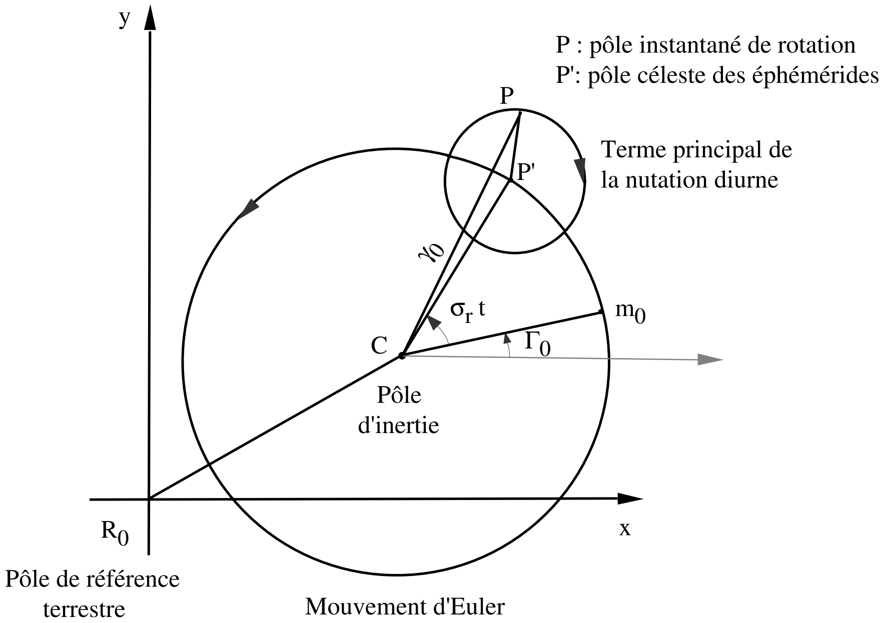

Fig. 6.3. Mouvement du pôle de rotation pour une Terre rigide, dans le plan tangent à la sphère terrestre en R_0.

Solution dans le repère céleste

À partir de la solution en m et de (6.4.1), on obtient :

$$\dot{\theta} + i\dot{\psi}\sin\theta = -\gamma_0\,\omega e^{i(\sigma_r t+\Gamma_0+\phi)} + iE_a\,\omega\left[A_0 + \sum_{j=1}^{+\infty}(A'_j e^{-i\Gamma_j} + A'_{-j}e^{-i\Gamma_{-j}})\right],$$

en posant $m_0 = \gamma_0 e^{i\Gamma_0}$ et où $\Gamma_j = -n_j t + \beta_j$, $\quad n_j = \omega - \omega_j$, $\quad n_0 = 0$, $\quad \omega_0 = \omega$.
La fréquence ω_{-j} étant symétrique de ω_j par rapport à la vitesse angulaire de rotation de la Terre ω, on a $\Gamma_{-j} = -\Gamma_j$.

Posons $\phi = \omega\,t + \phi_0$. En intégrant par rapport au temps et en supposant $\sin\theta = $ cte, on obtient le déplacement céleste de l'axe Gz, à la date t, par rapport au pôle de l'écliptique moyen de l'époque de référence.

$$\begin{aligned}\Delta\theta + i\,\Delta\psi\sin\theta_0 &= i\,\frac{A}{C}\gamma_0\,e^{i[(C/A)\,\omega t+\Gamma_0+\phi_0]}\\ &\quad + \Delta\theta_0 + iE_a\,\omega A_0 t + E_a\,\omega\left[\sum_{j=1}^{+\infty}\frac{1}{n_j}(A'_j e^{-i\Gamma_j} - A'_{-j}e^{i\Gamma_j})\right]. \qquad (6.4.3)\end{aligned}$$

C'est la somme du déplacement céleste de l'axe instantané de rotation et de l'écart, exprimé dans le repère céleste, entre l'axe instantané de rotation et l'axe Gz ; cet écart peut aisément se déduire de la solution (6.4.2).

Le premier terme de (6.4.3), de période presque diurne dans l'espace, correspond à la nutation libre d'Euler. Le deuxième terme, dû à la précession luni-solaire, comprend un terme constant en obliquité $\Delta\theta_0$ et un terme séculaire en longitude. Le dernier terme représente le déplacement dû à la nutation luni-solaire, avec des périodes comprises entre 9 jours et 18.6 ans et des amplitudes amplifiées par le facteur ω/n_j par rapport à celles des termes correspondants de la nutation diurne dans la Terre.

Les coefficients en longitude écliptique $\Delta\psi$ et en obliquité $\Delta\theta$ de la nutation elliptique, j, s'obtiennent à partir des amplitudes α_j et α_{-j} des nutations circulaires d'arguments Γ_j et $\Gamma_{-j} = -\Gamma_j$, respectivement (*cf.* 5.6.2), en posant :

$$\alpha_j = -\frac{E_a\,\omega A_j}{\dot{\Gamma}_j(1 + A\dot{\Gamma}_j/C\omega)}.$$

Cette solution est équivalente à celle qui peut être obtenue directement dans le repère céleste en utilisant les méthodes évoquées en 6.4.1.

Solution relative au CEP

Le CEP est défini de façon à ne présenter aucun mouvement diurne ou quasi-diurne ni dans la Terre ni dans l'espace. Son déplacement céleste s'obtient en soustrayant de la solution (6.4.3) le premier terme qui est quasi-diurne dans l'espace. La deuxième ligne de (6.4.3) représente ainsi la précession et la nutation du CEP.

Le déplacement terrestre du CEP se déduit du premier terme de (6.4.3) ; il ne comprend ainsi que le terme d'amplitude égale à $(A/C)\gamma_0$ et de fréquence σ_r dans la Terre (Fig 6.3).

6.4.3. Modification des solutions par la non-rigidité de la Terre

Modifications des équations

L'expression du couple luni-solaire $\mathbf{L}$ n'est pas modifiée par la non-rigidité de la Terre sauf pour sa troisième composante. En effet, la composante L_3, qui est nulle, en première approximation, dans le cas rigide ainsi que dans le cas d'une Terre parfaitement élastique, ne l'est plus si l'on admet une dissipation d'énergie qui provoque alors un déphasage de la déformation de marée par rapport à la direction de l'attraction correspondante. Cette composante est à l'origine du ralentissement séculaire de la rotation de la Terre. Par ailleurs, les perturbations apportées par la non-rigidité de la Terre telles que déformations élastiques ou déplacements de matière provoquent, à l'intérieur de la Terre, des redistributions de masse et l'existence de vitesses relatives. De tels effets peuvent être modélisés dans la fonction d'excitation par des variations des éléments du tenseur d'inertie ainsi que des moments cinétiques relatifs (*cf.* 6.4.1).

La fonction d'excitation comprend, en particulier, un terme de période annuelle, dû aux déplacements saisonniers de matière. On doit également prendre en compte les termes correspondant aux déformations dues à la force axifuge ainsi qu'à la force de marées terrestres. Ces termes contiennent en facteur le paramètre κ d'élasticité du manteau, auquel les océans apportent une contribution ; ils sont respectivement fonction de la quantité m et du développement du potentiel luni-solaire de marées.

Le terme de Ψ contenant m doit être considéré au premier membre de l'équation de Liouville en m et modifie donc la fréquence du mouvement libre, solution de l'équation sans second membre. Les équations de Liouville relatives à un modèle de Terre déformable s'écrivent ainsi sous la forme :

$$\dot{m} - i\,\sigma_0\, m = -i\,\sigma_r\,\Psi, \qquad \text{avec : } \sigma_0 = \sigma_r(1-\kappa)$$

Lorsque l'on considère l'existence d'un noyau fluide de forme ellipsoïdale à l'intérieur de la Terre, il faut tenir compte, en plus, du couplage entre le noyau et le manteau et remplacer ainsi les seules équations différentielles de Liouville relatives à la Terre entière par un système d'équations différentielles relatives, d'une part, à la Terre entière, et, d'autre part, au noyau fluide seul. La solution des équations de Liouville relatives à la Terre entière, ainsi que la solution correspondante du déplacement céleste de l'axe Gz est alors modifiée par l'existence d'un deuxième mouvement libre de l'axe de rotation dans la Terre dû à l'ellipticité du noyau fluide, appelé *nutation libre du noyau* et noté FCN (Free Core Nutation).

Mouvement du pôle dans le repère terrestre

La solution de la première équation de Liouville relative au mouvement de l'axe instantané de rotation dans la Terre comprend ainsi :

– le mouvement libre de Chandler, de période $2\pi/\sigma_0$ (de l'ordre de 430 jours), ce qui correspond à un allongement de la période d'Euler de 130 jours par l'élasticité et de 30 jours par la présence des océans, ainsi qu'à une diminution de cette période d'environ 30 jours par l'existence du noyau fluide ; son amplitude est de l'ordre de 10 m,

– le mouvement forcé annuel d'amplitude environ 5 m à la surface de la Terre,

– la nutation diurne, avec des amplitudes modifiées par la non-rigidité de la Terre dans le rapport $R(j)$ (*cf.* 5.6.2) fonction de la fréquence de l'onde et compris entre 0.98 et 1.02,

– la nutation libre du noyau, ou FCN, de période presque-diurne et d'amplitude inférieure à $0.5 \times 10^{-3\prime\prime}$.

Variations de la vitesse angulaire de rotation

La deuxième équation de Liouville correspond à l'expression des *variations relatives* de la vitesse angulaire de rotation de la Terre ; elle comprend les termes suivants :

– une variation séculaire de l'ordre de -2×10^{-10} rad/an, soit -2 ms/siècle sur la durée du jour ;

– des variations saisonnières produites principalement par l'action des vents zonaux du fait d'un couplage entre Terre solide et atmosphère ; elles comprennent un terme annuel d'amplitude 10^{-8} rad, un terme semi-annuel d'amplitude 10^{-10} rad et un terme bi-annuel d'amplitude 10^{-9} rad ;

– des variations dues aux déformations de marées zonales avec un coefficient qui dépend de l'élasticité du manteau, de l'influence des océans et du découplage noyau-manteau : elles comprennent un terme mensuel, un terme semi-mensuel, un terme semi-annuel et un terme de période 18.6 ans.

Table 6.1. Développement des coordonnées X et Y du CEP dans le repère équatorial moyen de l'époque J2000 ; t est compté en siècles juliens à partir de J2000 (DJ 2 451 545.0).

Remarque : les termes entre les lignes pointillées sont ceux de la table 5.2.

$$X = 2\,004''.3109\,t - 0''.426\,65\,t^2 - 0''.198\,656\,t^3 + 0''.000\,0140\,t^4 + 0''.000\,06\,t^2 \cos\Omega$$
$$+ \sin\varepsilon_0 \,\{\Sigma_{i=1,107}\,[(A_i + A'_i t)\sin(\mathrm{ARGUMENT}) + A''_i t\cos(\mathrm{ARGUMENT})]\}$$
$$+0''.002\,04\,t^2 \sin\Omega + 0''.000\,16\,t^2 \sin 2(F - D + \Omega),$$

$$Y = -0''.000\,13 - 22''.409\,92\,t^2 + 0''.001\,836\,t^3 + 0''.001\,1130\,t^4$$
$$+\Sigma_{i=1,107}\,\{[(B_i + B'_i t)\cos(\mathrm{ARGUMENT}) + B''_i t\sin(\mathrm{ARGUMENT})]\}$$
$$-0''.002\,31\,t^2 \cos\Omega - 0''.000\,14\,t^2 \cos 2(F - D + \Omega).$$

i	ARGUMENT					PÉRIODE	$X/\sin\varepsilon_0$ (0.0001″)			Y (0.0001″)		
	l	l'	F	D	Ω	(jours)	A_i	$A'_i t$	$A''_i t$	B_i	$B'_i t$	$B''_i t$
1	0	0	0	0	1	6 798.4	−171 996	−84.2 t	5 173.2 t	92 025	8.9 t	1529.9 t
9	0	0	2	−2	2	182.6	−13 187	5.3 t	322.2 t	5 736	−3.1 t	117.3 t
31	0	0	2	0	2	13.7	−2 274	1.0 t	54.8 t	977	−0.5 t	20.2 t
2	0	0	0	0	2	3 399.2	2 053.2	−1.0 t	−50.5 t	−893.7	0.5 t	−18.3 t
10	0	1	0	0	0	365.3	1426	−4.3 t	3.0 t	54	−0.1 t	−12.7 t
32	1	0	0	0	0	27.6	712	0.1 t	0.0 t	−7	0.0 t	−6.3 t
11	0	1	2	−2	2	121.7	−517	1.5 t	12.6 t	224	−0.6 t	4.6 t
33	0	0	2	0	1	13.6	−386	−0.4 t	11.3 t	200	0.0 t	3.4 t
34	1	0	2	0	2	9.1	−301	0.0 t	7.3 t	129	−0.1 t	2.7 t
12	0	−1	2	−2	2	365.2	217	−0.5 t	−5.3 t	−95	0.3 t	−1.9 t
35	1	0	0	−2	0	31.8	−158	0.0 t	0.0 t	−1	0.0 t	1.4 t
13	0	0	2	−2	1	177.8	129	0.1 t	−4.0 t	−70	0.0 t	−1.2 t
36	−1	0	2	0	2	27.1	123	0.0 t	−3.0 t	−53	0.0 t	−1.1 t
38	1	0	0	0	1	27.7	63	0.1 t	−1.8 t	−33	0.0 t	−0.6 t
37	0	0	0	2	0	14.8	63	0.0 t	0.0 t	−2	0.0 t	−0.6 t
40	−1	0	2	2	2	9.6	−59	0.0 t	1.5 t	26	0.0 t	0.5 t
39	−1	0	0	0	1	27.4	−58	−0.1 t	1.8 t	32	0.0 t	0.5 t
41	1	0	2	0	1	9.1	−51	0.0 t	1.5 t	27	0.0 t	0.0 t
14	2	0	0	−2	0	205.9	48	0.0 t	0.0 t	1	0.0 t	0.0 t
3	−2	0	2	0	1	1 305.5	46	0.0t	−1.3 t	−24	0.0 t	0.0 t

....

42	0	0	2	2	2	7.1	−38	0.0 t		16	0.0 t

Pour les termes entre les lignes pointillées, prendre ceux de la table 5.2.

106	0	1	0	1	0	27.3	1	0.0 t		0	0.0 t

....

107	0	0	2	−2	3	177.8	−1.2	0.0 t		0	0.0 t

$$\sin\varepsilon_0 = 0.397\,777\,16$$

Les variations relatives de la vitesse angulaire de rotation de la Terre se traduisent par des variations ΔUT1 du paramètre UT1, telles que : $\Delta\mathrm{UT1} = \int_0^t m_3 \, \mathrm{d}t$; elles s'obtiennent par la détermination de UT1 − TAI à partir d'observations.

Précession et nutation de l'axe du CEP

La solution générale, relative à l'axe du CEP, peut se déduire, de la même façon que dans le cas rigide, de la solution obtenue pour m. Cette solution a la même forme que dans le cas rigide, mais il s'y ajoute un terme céleste supplémentaire de période de l'ordre de 430 jours correspondant à la FCN dans la Terre.

L'amplitude de chaque nutation céleste circulaire est modifiée dans le rapport $R(j)$ par rapport à la solution relative à un modèle de Terre rigide. Cette modification atteint $10^{-2''}$ sur les amplitudes des nutations elliptiques les plus importantes (*cf.* 5.6.2).

La table 6.1 donne les développements des coordonnées X et Y du CEP à la date t, dans le repère équatorial J2000, correspondant au modèle UAI 1980 de la nutation.

6.5. LE TEMPS UNIVERSEL

6.5.1. Définitions relatives au Temps universel

Distinction entre plusieurs notions de Temps universel

Le Temps universel désigne plusieurs notions qu'il faut clairement distinguer dans leurs définitions, bien qu'elles soient représentées par la même valeur numérique lorsqu'une précision de 1 seconde suffit. Ces notions sont :

– le Temps universel tel qu'il a été défini historiquement à partir du temps solaire moyen afin de définir l'échelle de temps légal, de 1884 à 1978,

– le Temps universel UT1 qui repose sur la rotation de la Terre et reflète ainsi les inégalités de cette rotation,

– le Temps universel coordonné UTC qui repose sur le TAI et est à la base du temps légal depuis 1978.

Le Temps universel, base historique du temps légal

À l'origine, la durée du jour vrai a été prise comme étalon naturel d'intervalle de temps. L'introduction de la notion de temps définie par l'angle horaire vrai du Soleil en un lieu était tout à fait naturelle, car elle est liée à l'alternance des jours et des nuits. La première échelle de temps utilisée a donc été celle du *temps solaire vrai local.* Ce temps se lit directement sur les cadrans solaires ; il fut d'un usage général jusqu'à la fin du dix-huitième siècle. Il comprend les inégalités de l'ascension droite du Soleil dues à l'excentricité de l'orbite terrestre et à l'inclinaison de l'orbite terrestre par rapport à l'équateur. La somme de ces inégalités s'appelle l'*équation du temps*.

Afin de s'affranchir de ces irrégularités qui atteignent 30 minutes au cours de l'année sur le temps solaire vrai et 50 secondes sur la durée du jour solaire vrai, le *temps solaire moyen local* ou temps solaire vrai local corrigé de l'équation du temps fut introduit et d'usage courant en France à partir de 1816.

Le temps solaire moyen local est tel que, par exemple, quand il est 8 h 0 min à Paris, il est respectivement 7 h 33 min à Brest et 8 h 22 min à Strasbourg. L'unification de l'heure à l'échelle d'un pays, imposée par les moyens de communication, s'est introduite peu à peu en France, avec l'usage du *temps solaire moyen de Paris*.

Le *temps civil* adopté ensuite (1891) fut le temps solaire moyen augmenté de 12 h afin d'éviter le changement de quantième au cours de la journée.

À la conférence de Washington en 1884, l'adoption du *méridien de Greenwich* comme méridien international, du système de *fuseaux horaires* et du *Temps universel* défini comme étant le temps civil de Greenwich, permit d'unifier l'heure à l'échelle internationale et de définir ainsi une échelle de temps universelle, que l'on pensait être uniforme, comme base du temps légal. Le Temps universel ainsi défini diffère du temps moyen de Greenwich noté GMT, de 12 h.

La démarche décrite précédemment pour définir le Temps universel à partir du temps solaire vrai n'a plus maintenant de raison d'être étant donné que, depuis 1978, l'échelle de temps légale n'est plus le Temps universel, mais l'échelle de Temps universel coordonné UTC déduite du TAI.

Équation du temps

L'*équation du temps* permet de calculer l'heure en Temps universel à partir de l'angle horaire du Soleil en un lieu de longitude connue par la correction des principales variations de l'ascension droite du Soleil ; ces variations se déduisent des variations de la longitude du Soleil, ainsi que de l'expression de la différence entre ascension droite et longitude du Soleil (Danjon, 1953).

La longitude écliptique $l_\odot$ du Soleil se déduit :

– des relations dans l'ellipse entre anomalie excentrique, u, et anomalie vraie, v,

– de l'équation de Képler exprimant que l'aire balayée par le rayon vecteur entre la date t_0 de passage au périhélie et la date t est proportionnelle au temps.

Les relations dans l'ellipse faisant intervenir l'excentricité e de l'ellipse, qui est faible puisque $e = 0.016\,71$, donnent, au premier ordre en e, $v = u + e \sin u$,

L'équation de Képler s'écrit, M désignant l'anomalie moyenne du Soleil, $u - e \sin u = n\,(t - t_0) = M$, ce qui donne $u = M + e \sin u$, ou, au premier ordre en e, $v = M + 2e \sin M$, d'où, si $\varpi_\odot$ est la longitude du périgée du Soleil :

$$l_\odot = (\varpi_\odot + M) + 2e \sin M + \cdots = (\varpi_\odot + M) + C + \cdots$$

Le terme $C = 2e \sin M$ est appelé l'*équation du centre*, inégalité de la longitude du Soleil provenant de l'excentricité de l'orbite de la Terre autour du Soleil. Son amplitude est de 460 s et sa période est annuelle.

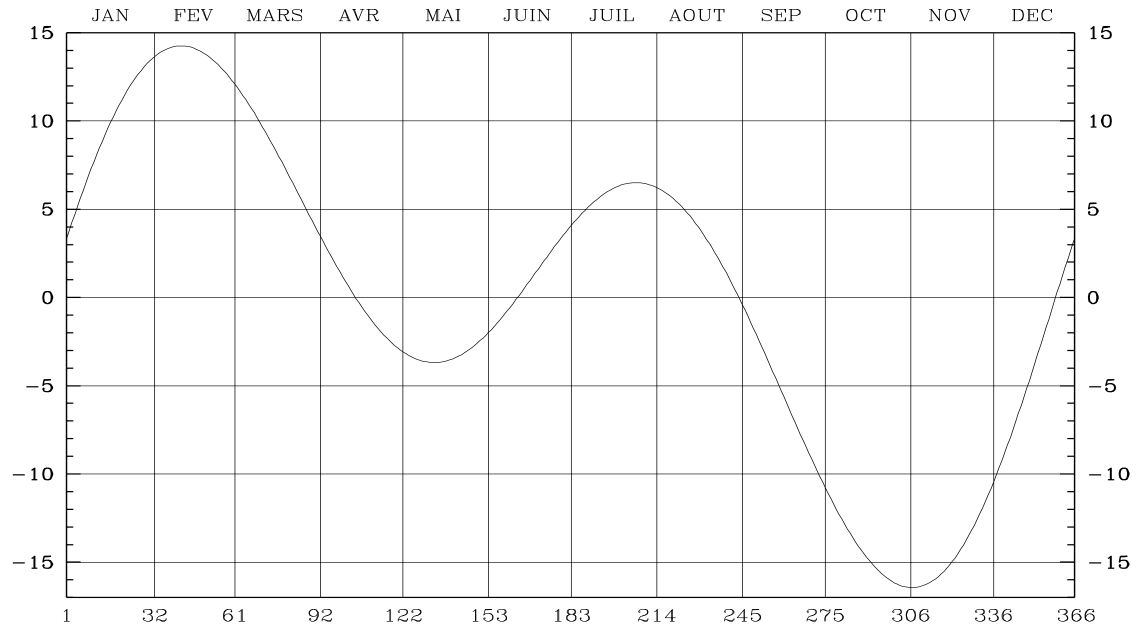

Fig. 6.4. Équation du temps pour l'an 2000, en minutes.

L'ascension droite du Soleil $\alpha_\odot$ se déduit de la relation $\tan\alpha_\odot = \tan l_\odot \cos\varepsilon$, c'est-à-dire :

$$\tan\alpha_\odot = \tan l_\odot [(1 - \tan^2 \varepsilon/2)/(1 + \tan^2 \varepsilon/2)],$$

ε étant l'obliquité de l'écliptique, d'où :

$$\alpha_\odot = l_\odot - (\tan^2 \varepsilon/2) \sin 2l_\odot + \cdots = l_\odot + R + \cdots$$

Le terme, $R = -(\tan^2 \varepsilon/2) \sin 2l_\odot$, s'appelle la *réduction à l'équateur*, inégalité de l'ascension droite du Soleil, provenant du fait que le plan de l'orbite de la Terre est incliné par rapport au plan de l'équateur. Son amplitude est de 592 s et sa période est semi-annuelle.

On peut ainsi écrire l'angle horaire du Soleil au méridien origine, ou temps solaire vrai à Greenwich, sous la forme :

$$H_\odot = B_0 + B_1 t - (C + R - \mu), \tag{6.5.1}$$

t étant le temps moyen et μ la somme du terme en t^2 dû à la précession et des termes périodiques dus à la nutation.

L'équation du temps E, qui est définie par $E = C + R - \mu$, est la somme, changée de signe, des inégalités principales du temps solaire vrai. Elle est donc égale à la différence *temps solaire moyen – temps solaire vrai*. En négligeant μ qui est inférieur à 1.5 s, la valeur de l'équation du temps, exprimée en minutes (Fig. 6.4), est donnée en fonction de l'anomalie moyenne du Soleil M, par l'expression suivante, valable de 1900 à 2100 avec une précision de 0.025 min :

$$\begin{aligned} E = {} & 7.362 \sin M - 0.144 \cos M + 8.955 \sin 2M + 4.302 \cos 2M + 0.288 \sin 3M + 0.133 \cos 3M \\ & + 0.131 \sin 4M + 0.167 \cos 4M - 0.002\,58\, t \sin 2M + 0.005\,33\, t \cos 2M \end{aligned}$$

où t est compté en années juliennes à partir de J2000 et où l'anomalie moyenne du Soleil M, exprimée en radians, est $M = 6.240060 + 6.283\,019\,552\, t$.

La variation diurne de E, qui représente la différence *jour solaire vrai – jour solaire moyen* est, à la précision de la seconde :

$$\Delta E = 7.6\,\mathrm{s} \cos M + 18.5\,\mathrm{s} \cos 2M - 8.9\,\mathrm{s} \sin 2M.$$

Il en résulte que le jour solaire vrai (intervalle de temps séparant deux midis vrais consécutifs) est compris entre 23 h 59 min 39 s et 24 h 0 min 30 s.

Le Temps universel UT1, paramètre de rotation de la Terre

La connaissance de l'angle de rotation de la Terre autour de son axe intervient dans toute observation d'objet céleste effectuée depuis la Terre et il est donc nécessaire de connaître l'expression de cet angle en fonction du temps, c'est-à-dire en fonction de la date exprimée en Temps universel coordonné.

Le Temps universel UT1, le temps sidéral à Greenwich et l'angle stellaire (*cf.* 6.5.4) sont trois angles qui donnent la direction du premier méridien par rapport à une direction céleste origine et peuvent ainsi être utilisés pour mesurer l'angle de rotation de la Terre.

Le *temps sidéral*, angle horaire du point γ, se rapporte à une direction qui subit la précession et la nutation, tandis que l'angle stellaire, angle horaire de l'origine non-tournante NRO, se rapporte à une direction qui, par définition, n'a aucune rotation instantanée (*cf.* 6.5.4).

Pour des raisons historiques, c'est le Temps universel UT1 qui est utilisé comme l'un des paramètres de rotation de la Terre. Le but de ce paramètre est de définir un angle horaire qui, d'une part, varie de façon uniforme si la rotation de la Terre est uniforme et, d'autre part, respecte l'alternance des jours et des nuits. Le Temps universel UT1 se rapporte ainsi à la direction d'un Soleil moyen fictif qui est défini comme ayant un mouvement uniforme en UT1 le long de l'équateur ; UT1 est ainsi, par définition, proportionnel à l'angle stellaire.

UT1 peut être considéré comme une forme théorique de temps solaire, mais il est en fait défini par l'intermédiaire de sa relation de définition avec l'angle d'orientation de la Terre dans l'espace qui peut être soit le temps sidéral, soit l'angle stellaire. Les observations de la rotation de la Terre fournissent ainsi les valeurs de UT1−UTC.

Le Temps universel coordonné, base actuelle du temps légal

L'échelle de Temps universel coordonné UTC (*cf.* 3.5) est définie à partir du Temps atomique international TAI. Toutefois, UTC garde un lien avec la rotation de la Terre, puisque, par définition, il ne diffère jamais de UT1 de plus de 0.9 s. Le but d'une telle convention est de suivre les irrégularités à long terme de la rotation de la Terre afin que le temps légal ne s'écarte pas trop du temps solaire lié à l'alternance des jours et des nuits.

Il faut toutefois noter qu'en France, le temps légal s'écarte de UTC de 1 h ou 2 h suivant la saison du fait de l'adoption de l'heure d'hiver et de l'heure d'été.

Relation entre définition du temps et mesure d'un angle

Traditionnellement, en astronomie, les angles mesurés le long de l'équateur sont comptés en heures, minutes et secondes : il s'agit en fait d'unités d'angle telles que $24\,\mathrm{h} = 360° = 2\pi$ radians. Cela peut parfois porter à confusion surtout lorsque l'angle considéré est appelé temps, comme c'est le cas du Temps universel et du temps sidéral. Le Temps universel doit réellement être considéré comme un temps dans sa définition historique, ainsi que dans la définition de UTC, mais doit, par contre, être considéré comme un angle dans la définition actuelle du paramètre UT1 dont on exprime la valeur en fonction du temps UTC donné par les horloges.

Différentes formes du Temps universel

Le Temps universel UT1 est rapporté à l'axe instantané de rotation de la Terre, dans la pratique le CEP. Or, les observations effectuées en un lieu ne peuvent donner que le Temps universel rapporté à un pôle fixe sur la Terre et noté UT0. Pour rapporter ce paramètre au CEP, on doit s'affranchir du déplacement de la Terre par rapport à ce pôle, c'est-à-dire du mouvement du pôle. Les coordonnées du CEP par rapport à un repère terrestre (*cf.* 4.4.2) se traduisent en tout lieu, par un écart d'azimut $\mathrm{d}a$, du méridien instantané par rapport au méridien moyen et des variations de latitude $\mathrm{d}\varphi$ et de longitude $\mathrm{d}\lambda$ astronomiques du lieu, sous la forme suivante, en supposant les longitudes comptées positivement vers l'est :

$$\mathrm{d}\varphi = x_p \cos\lambda - y_p \sin\lambda, \qquad \mathrm{d}\lambda = \tan\varphi\,(x_p \sin\lambda + y_p \cos\lambda),$$

x_p et y_p étant les coordonnées du CEP.

On en déduit la relation : $\mathrm{UT1} = \mathrm{UT0} - \mathrm{d}\lambda$ entre UT0 déterminé par une observation en un lieu et UT1 rapporté à l'axe de rotation. Cette différence est de l'ordre de 20 ms à une latitude moyenne pour des coordonnées du CEP de l'ordre de 1 m.

Une autre forme de Temps universel, notée UT2, a également été définie dans le passé comme étant UT1 auquel on retranche une modélisation des variations saisonnières. En fait, les variations saisonnières de la rotation de la Terre étant variables d'une année à l'autre, cette forme de UT n'avait d'intérêt que pour rendre plus uniforme le Temps universel lorsqu'il représentait l'échelle de temps de référence. Depuis que UT1 est observé dans le but de connaître la position de la Terre dans l'espace, UT2 n'a plus d'intérêt et a ainsi été abandonné.

Par contre, on utilise actuellement une autre forme de Temps universel, notée UT1R, définie comme étant UT1 auquel on retranche une modélisation des variations zonales du Temps universel. L'intérêt de cette forme de UT1 est d'être affranchie de variations périodiques à courtes périodes afin d'éviter des erreurs de moyennisation de ce paramètre sur des périodes de l'ordre de quelques jours.

6.5.2. Détermination du Temps universel à partir d'observations

Observations anciennes pour la réalisation de l'échelle de Temps universel

L'observation de l'angle horaire du Soleil étant délicate et imprécise, il était indispensable, pour déterminer le Temps universel de façon pratique, de disposer d'une relation entre le Temps universel et un angle horaire facilement observable, ou bien qui peut être facilement déterminé à partir d'une observation. C'est pourquoi le Temps universel a été défini par une relation donnant l'expression du temps sidéral en fonction du Temps universel. La relation classiquement utilisée donne le temps sidéral moyen à Greenwich à 0 h UT en fonction de la date en Temps universel.

Le Temps universel a ainsi été déterminé à partir d'observations d'étoiles et, en particulier à partir des observations de l'instant de passage d'étoiles, de coordonnées équatoriales connues, au méridien d'un lieu, de longitude λ connue.

À l'instant τ de passage d'une étoile au méridien, noté sur une horloge :
$H = 0$, d'où $\mathrm{GST} + \lambda = \alpha$ et $\mathrm{GST} = \alpha - \lambda$; on détermine ainsi le temps sidéral vrai à Greenwich $\mathrm{GST}(\tau)$, puis le temps sidéral moyen à Greenwich $\mathrm{GMST}(\tau)$ (Greenwich Mean Sidereal Time). D'autre part, l'expression du temps sidéral moyen en fonction du Temps universel donne le temps sidéral moyen GMST à 0 h UT à la date d'observation.
On en déduit :
UT (à l'instant τ) $= \big[\mathrm{GMST}(\tau) - \mathrm{GMST}_{0\mathrm{h\,UT}}\big] \times \big[$(durée de la seconde sidérale)/durée de la seconde de UT$\big]$.
L'observation permet donc de calculer $\mathrm{UT}(\tau)$, puis $\mathrm{UT} - \tau$.

Lorsque les garde-temps dont on disposait ne bénéficiaient pas d'une uniformité suffisante, les déterminations de $\mathrm{UT} - \tau$ à partir d'observations astrométriques permettaient de régler l'horloge τ en Temps universel et de rendre ainsi l'échelle de Temps universel aisément utilisable.

Observations actuelles pour les mesures de rotation de la Terre

Depuis que les garde-temps, tels que les horloges à quartz, puis les horloges à césium, ont une uniformité meilleure que celle de UT, on détermine, au contraire, les écarts du paramètre UT1 d'orientation de la Terre par rapport à une horloge τ uniforme. Depuis l'adoption du Temps atomique international, le temps τ donné par une horloge est rattaché à l'échelle de temps TAI par l'intermédiaire de UTC :

$$\tau - \mathrm{TAI} = (\tau - \mathrm{UTC}) + (\mathrm{UTC} - \mathrm{TAI}).$$

Par ailleurs, la détermination de UT1 ne repose plus actuellement sur les observations d'étoiles, mais sur d'autres types d'observations, telles que les observations radio-interférométriques à très longue base (VLBI, Very Long Base Interferometry) de radio-sources extragalactiques.

Pour que les valeurs observées de UT1 soient compatibles entre elles, il faut disposer d'un même système de référence terrestre pour les longitudes, de catalogues cohérents pour les ascensions droites et d'un système de constantes fondamentales conventionnel pour les corrections diverses à appliquer aux observations. L'ensemble des conventions à utiliser est donné dans les IERS standards (IERS, 1992).

6.5.3. Relation de définition du Temps universel en fonction du temps sidéral

Base historique (Danjon, 1953)

La relation entre le Temps universel et le temps sidéral est basée sur l'expression du temps solaire moyen à Greenwich en fonction du paramètre temps t, identifié alors au temps moyen. Notons $H_\odot$ et H_m les temps solaires vrai et moyen à Greenwich.

Le temps solaire vrai est par définition l'angle horaire du Soleil. En utilisant l'expression de l'ascension droite du Soleil en fonction de t, le temps solaire vrai à Greenwich s'écrit :

$$H_\odot = H_m - E = \mathrm{GMST} - A_0 - A_1\, t - A_2\, t^2 - C - R,$$

où le temps sidéral moyen à Greenwich GMST a la forme $T = T_0 + T_1\, t + T_2\, t^2$.
D'où, en utilisant la relation (6.5.1) et la définition de l'équation du temps :

$$H_\odot = (T_0 - A_0) + (T_1 - A_1)\, t - E.$$

Le temps solaire moyen à Greenwich est donc :

$$H_m = H_\odot + E = (T_0 - A_0) + (T_1 - A_1)\, t.$$

Pour définir le temps solaire moyen à Greenwich comme étant le paramètre t, exprimé en jours moyens comptés à partir d'une date origine à midi moyen, il faut identifier H_m et t et poser ainsi :

$$T_0 = A_0$$

et $\quad T_1 - A_1 = 1$ j/j si T est exprimé en jours,
$\quad T_1 - A_1 = 86\,400$ s/j si T est exprimé en heures, minutes et secondes.

On obtient ainsi le temps sidéral moyen T en fonction du temps moyen t exprimé en jours par les relations :

$$T = A_0 + (A_1 + 1)\, t + T_2\, t^2 \quad (T \text{ exprimé en jours}),$$
$$\text{ou} \quad T = A_0 + (A_1 + 86\,400)\, t + T_2\, t^2 \quad (T \text{ exprimé en heures, minutes et secondes}).$$

Si on exprime T en heures, minutes et secondes, on a, pour le 0 janvier 1900 à 12 h (*cf. Connaissance des Temps* 1978) : $A_0 = 18\,\mathrm{h}\,38\,\mathrm{min}\,45.836\,\mathrm{s}$, $A_1 = 236.555\,360\,\mathrm{s/j}$ et $T_1 = (86\,400 + 236.555\,360)\,\mathrm{s/j}$.

Définition du Temps universel à partir du Soleil moyen fictif

On peut définir le Soleil moyen fictif comme un point ayant un mouvement uniforme dans l'échelle de temps UT1 le long de l'équateur et qui soit tel que les coefficients A_0 et A_1 intervenant dans son ascension droite soient les coefficients intervenant dans l'expression de la longitude moyenne du Soleil en fonction du temps t de la dynamique : $\lambda_\odot = A_0 + A_1\, t + A_2\, t^2$.

Ce Soleil moyen fictif est donc par définition tel que $\alpha_{\odot m} = A_0 + A_1\,t_u + T_2\,t_u^2$, en exprimant t_u en siècles juliens de 36 525 jours de Temps universel comptés à partir d'une date origine à 12 h UT1 et en identifiant t^2 et t_u^2 du fait que le coefficient T_2 est petit.

Le temps solaire moyen peut alors être considéré comme étant l'angle horaire de ce Soleil moyen fictif, et pour $H_m = 0$, c'est-à-dire UT= 12 h, on a GMST = α_m.

Le Temps universel UT1 peut donc être défini par la relation suivante entre GMST et UT1 :

$$\mathrm{GMST}_{0\mathrm{h\,UT1}} = (A_0 - 12\,\mathrm{h}) + A_1\,t_u + T_2\,t_u^2,$$

Si l'on suppose les valeurs numériques de A_0, A_1, T_2 exactes par définition, on obtient une relation de définition de UT1 à partir de GMST.

L'expression du temps sidéral en fonction du Temps universel fournit ainsi une éphéméride qui permet de calculer le temps sidéral pour toute date en UT1. En admettant que la vitesse de rotation de la Terre était constante, ce qui avait été démontré par Euler pour une Terre supposée rigide, on pouvait considérer UT1 comme un temps dynamique. En fait UT1 n'étant pas uniforme, il n'est pas une fonction linéaire du temps t de la dynamique et n'est donc pas lui-même un temps dynamique. Le calcul du temps sidéral en fonction d'une date en UTC exige de connaître la valeur de UT1−UTC, c'est-à-dire des inégalités de la rotation de la Terre.

Correspondance entre les échelles de temps UT et ET

La relation de définition du temps des éphémérides ET (*cf.* 3.6) fige les coefficients A_0 et A_1 ; ceux-ci ont été déduits des observations de la longitude du Soleil de 1680 à 1895 qui avaient été rapportées à UT. Les coefficients A_0 et A_1 choisis pour définir ET sont donc tels que l'échelle de temps ET épouse l'échelle de temps UT approximativement de 1680 à 1895.

Correspondance entre mesure en Temps universel et mesure en temps sidéral

Le jour solaire moyen est, par définition, le temps nécessaire pour que l'angle horaire H_m du Soleil moyen croisse de 360° (ou 24 h).

La *seconde de temps moyen* est la 86 400ème partie du jour solaire moyen, J_m. Elle présente des variations liées aux variations de J_m, contrairement à la durée de la *seconde des éphémérides* qui a une valeur fixe par définition.

Le jour sidéral J_S est, par définition, le temps nécessaire pour que l'angle horaire du point γ croisse de 360° (ou 24 h), c'est la période du mouvement diurne.

La *seconde de temps sidéral* est la 86 400 ème partie du temps séparant deux passages du point γ au méridien d'un même lieu. Elle présente les mêmes variations que la seconde de temps moyen, avec, en plus, l'effet de la précession.

Le rapport moyen entre une durée en temps sidéral et cette même durée en temps moyen est tel que 1 s temps moyen = 1.002 737 91 s temps sidéral, ou bien $1\,J_S = 1\,J_m - 3\,\mathrm{min}\,55.9\,\mathrm{s}$ temps moyen, c'est-à-dire mesure en temps sidéral = mesure en temps moyen ×1.002 737 91 s. La valeur exacte de ce coefficient pour une certaine date s'obtient à partir de l'expression de la quantité r intervenant dans (4.4.6).

6.5.4. Définition exacte de UT1

Définition de UT1 adaptée aux observations modernes

La relation de définition de UT1 à partir du temps sidéral moyen à 0 h UT1 était adaptée à la détermination de UT1 à partir de l'instant de passage d'une étoile au méridien d'un lieu ou bien à une distance zénithale donnée, ce qui n'est plus le cas des observations actuelles telles que la télémétrie laser ou le VLBI. D'autre part, le temps sidéral se réfère à l'équinoxe et les observations par les techniques modernes ne sont pas sensibles à la position de l'écliptique, donc de l'équinoxe, ce qui rend inutilement complexe le fait de se rapporter à l'équinoxe pour définir UT1.

L'utilité actuelle de UT1 est de représenter au mieux la rotation de la Terre. UT1 doit donc refléter le plus simplement possible la rotation de la Terre par rapport à un repère céleste et une définition plus adaptée à cet usage paraît donc indispensable. Il doit également être en continuité avec la définition historique de UT. Les trois conditions nécessaires pour définir UT1 sont donc les suivantes :

– UT1 doit être proportionnel à la rotation sidérale de la Terre.

– Le coefficient de proportionnalité doit être tel que UT1 reste en moyenne en phase avec l'alternance des jours et des nuits.

– La phase de UT1 doit être fixée de telle sorte qu'il soit approximativement 12 h UT1 en moyenne lorsque le Soleil passe par le premier méridien.

Notion d'origine "non-tournante"

La rotation de la Terre par rapport à un repère inertiel doit être comptée, sur l'équateur instantané, par rapport à une origine instantanée. Or, l'équateur instantané n'étant fixe ni dans l'espace du fait de la précession et de la nutation, ni dans la Terre du fait du mouvement du pôle , la définition d'une origine instantanée pose un problème. L'utilisation d'une origine cinématiquement non-tournante sur l'équateur mobile en remplacement de l'équinoxe permet de définir UT1 de telle façon qu'il réalise les trois conditions énoncées précédemment.

Soit (P_0) le système céleste quasi-inertiel défini par le pôle céleste moyen P_0 et l'équinoxe γ_0 à l'époque t_0. On définit, dans l'équateur mobile à la date t, c'est-à-dire dans le repère équatorial instantané vrai de pôle P (dans la pratique, le CEP) et d'équinoxe γ_v, un point σ tel que le trièdre (GP, G_σ) n'ait, à aucun moment, de composante de rotation autour de GP par rapport à (P_0). Ce point σ est appelé origine non-tournante (Guinot, 1979).

Une telle définition implique que la rotation instantanée de σ autour de GP_0 annule la rotation instantanée qui résulte du mouvement de l'équateur dans l'espace du fait de la précession et de la nutation. Avec les notations de la figure 6.5, la quantité $s = \sigma\mathrm{J} - \gamma_0\mathrm{J}$ qui permet de positionner σ à tout instant à partir de l'origine fixe sur l'équateur fixe de l'époque t_0, s'écrit ainsi sous la forme :

$$s = \int_0^t (\cos d - 1)\dot{E}\,\mathrm{d}t = \int_0^t (\cos d - 1)\,\mathrm{d}E.$$

Ou bien, à des termes en d^4 près :

$$s = -\frac{1}{2}\int_0^t (X\dot{Y} - Y\dot{X})\,\mathrm{d}t,$$

X et Y étant les coordonnées célestes du pôle P (*cf.* 4.4.3).

En se limitant au déplacement du pôle P dû à la précession : $s_{précession} = -a_3\, t^3 + \cdots$. L'expression de s contenant l'ensemble des termes de précession, de nutation et de couplage entre précession et nutation est donnée avec une exactitude de $5 \times 10^{-5''}$ au paragraphe 4.4.3.

On définit également, dans l'équateur mobile, à cause du mouvement du pôle dans la Terre, une origine non-tournante, notée ϖ, relative au repère terrestre. Si (R_0) est le repère terrestre fixe défini par son pôle en R_0 et l'origine des longitudes ϖ_0, étant donné l'ordre de grandeur de l'écart du pôle P par rapport à R_0, on peut écrire $\varpi J = \varpi_0 J$, c'est-à-dire $s' = \varpi J - \varpi_0 J = 0$ (*cf.* 4.4.3).

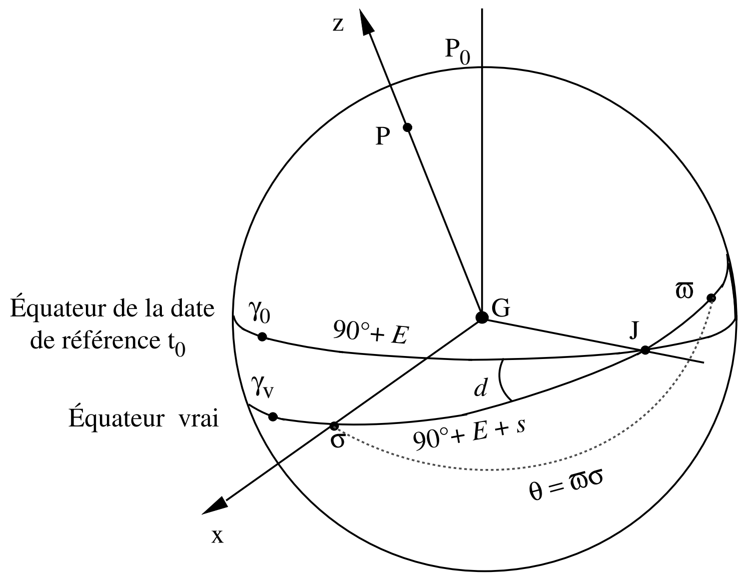

Fig. 6.5. Définition de l'origine "non-tournante".

Angle stellaire et définition conceptuelle de UT1

L'angle $\varpi\sigma = \theta$, compté positivement dans le sens rétrograde, appellé *angle stellaire*, définit l'angle de rotation sidérale de la Terre (Guinot, 1979) ; il représente idéalement, par suite de la définition de ϖ et de σ, la rotation intrinsèque de la Terre, puisque :

$$\theta = \omega_3\,(t - t_0),$$

ω_3 étant la vitesse angulaire de rotation de la Terre autour de l'axe de rotation.

La connaissance de cet angle est suffisante pour positionner la Terre dans l'espace et il serait souhaitable que l'angle stellaire remplace, pour cet usage, le temps sidéral qui est affecté par le déplacement de l'équinoxe. L'angle stellaire se déduit aisément de toute observation qui permet de positionner le repère terrestre par rapport au repère céleste, ainsi que d'une modélisation de la position de l'équateur dans l'espace. On en déduit la définition conceptuelle de UT1 :

$$UT1 = k\,(\theta + a_0).$$

Définition conventionnelle de UT1

La définition conventionnelle de UT1 peut être donnée très simplement à partir de la définition conceptuelle ci-dessus en utilisant une valeur de k cohérente avec la définition conventionnelle (4.4.5) de UT1 à partir du temps sidéral.

Les angles horaires GST et θ peuvent aisément être reliés par :

$$GST = \gamma\varpi = \gamma\sigma + \sigma\varpi = \gamma\sigma + \theta = \theta + \text{précession et nutation accumulées en ascension droite.}$$

En particulier :

$$GMST = \gamma_m\varpi = \gamma_m\sigma + \sigma\varpi = \gamma_m\sigma + \theta = \gamma_m\sigma + (1/k)\,\mathrm{UT1} - a_0.$$

Or

$$\gamma_m\sigma = (\gamma_m\mathrm{J} - \gamma_0\mathrm{J}) - (\sigma\mathrm{J} - \gamma_0\mathrm{J})$$

où le premier terme est la précession en ascension droite et le deuxième terme est la quantité s. La précession en ascension droite s'écrit :

$$\gamma_m\mathrm{J} - \gamma_0\mathrm{J} = a_1\,t + a_2\,t^2,$$

t étant compté en temps dynamique. En se limitant à la précession, s s'écrit :

$$s_{précession} = -a_3\,t^3,$$

d'où :

$$\gamma_m\sigma = (a_1\,t + a_2\,t^2) + a_3\,t^3 + \cdots,$$

et :

$$GMST = (1/k)UT1 - a_0 + a_1\,t + a_2\,t^2 + a_3\,t^3 + \cdots$$

Cette expression est à la base de la relation numérique utilisée actuellement pour la définition de UT1 en fonction du temps sidéral moyen au premier méridien. Cette relation numérique, donnée par (4.4.5), tient compte des valeurs des constantes du système UAI 1976 pour les coefficients a_1 et a_2 de la précession, de l'équinoxe du catalogue FK5 et du terme a_3t^3 provenant de s.

Elle est équivalente à la définition conventionnelle de UT1 en fonction de l'angle stellaire donnée par (4.4.14) à condition d'utiliser l'expression de l'équation des équinoxes donnée par (4.4.7) pour passer au temps sidéral vrai.

La future définition de UT1, qui est déjà proposée comme l'une des options des IERS standards (*cf.* 4.4.3), devrait être déduite du seul angle stellaire, ce qui aurait l'avantage, d'une part, de rendre les concepts plus clairs, et, d'autre part, de simplifier les calculs.

6.6. BIBLIOGRAPHIE

Capitaine, N. : 1982, Effets de la non-rigidité de la Terre sur son mouvement de rotation : études théoriques et utilisation d'observations, *Thèse d'état*, Paris VI.

Danjon, A. : 1953, *Astronomie générale*, Sennac éd., Paris, réédité en 1980, Blanchard éd.

Guinot, B. : 1979, Basic problems in the kinematics of the rotation of the Earth, in *Time and the Earth's rotation*, D.D. McCarthy and J.D. Pilkington eds., Reidel, 7.

IERS : 1992, IERS standards (1992), *IERS Technical note* **13**, D.D. McCarthy ed., observatoire de Paris.

Kinoshita, H. : 1977, Theory of the rotation of the rigid Earth, *Celest. Mech.* **15**, 277.

Lambeck, K., Cazenave, A. : 1973, The Earth's rotation and atmospheric circulation, I, seasonal variations, *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.* **32**, 79.

Munk, W.H., MacDonald, G.J.F. : 1960, *The rotation of the Earth*, Cambridge University Press.

Seidelmann, P.K. : 1982, 1980 IAU theory of nutation : the final report of the IAU working group on nutation, *Celest. Mech.*, **27**, 79.

Woolard, E.W. : 1953, Theory of the rotation of the Earth around its center of mass, *Astron. Pap. Amer. Ephem.* **XV**, I, 1.